



Facultad de Educación

MÁSTER EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Análisis del Aula Digital de MathCityMap y sus posibilidades didácticas

Analysis of the MathCityMap Digital Classroom and its didactic possibilities

Alumno: **Alberto Rina Carpintero**

Especialidad: **Matemáticas**

Directores: **Claudia Lázaro del Pozo y Tomás Recio Muñiz**

Curso académico: **2020/2021**

Fecha: **Junio 2021**

Firma Alumno:

V.º B.º Directores:

*“Una escuela justa no debe imponer lo que todos deben saber,
sino lo que ninguno debe ignorar”.*

Antonio Bolívar

AGRADECIMIENTOS

No acostumbro a incluir una sección de agradecimientos en ningún documento, pero este trabajo bien lo merece pues su realización no hubiera sido posible sin la ayuda y colaboración de mi amigo Marcos San Miguel y su habilidad programando. Tan largas se han hecho algunas tardes depurando código que no tengo palabras suficientes para agradecer todas las molestias que te has tomado.

Por otro lado, también me gustaría agradecer a los directores de este Trabajo de Fin de Máster, tanto a Tomás, por su incuestionable seguimiento a lo largo del desarrollo de todo el trabajo, como a Claudia por la cantidad de recursos proporcionados a lo largo de estos meses. La atención y dedicación que me habéis prestado me parecen dignos de destacar. Por último, también me gustaría agradecer la confianza que ambos habéis depositado en mí para desarrollar actividades complementarias a este trabajo.

RESUMEN

El presente trabajo lleva a cabo y evalúa una ruta matemática realizada a través del Aula Digital de MathCityMap. El documento comienza con una introducción al concepto de ruta matemática y muestra diferentes rúbricas que han sido diseñadas para evaluar experiencias de este tipo, proponiendo finalmente una rúbrica que puede ser automatizada. Acto seguido se describe la herramienta MathCityMap, la iniciativa MCM@Home y se incide en el Aula Digital, el último desarrollo de la aplicación. A continuación se muestra la ruta matemática realizada con motivo de La Noche Europea de los Investigadores el pasado 27 de noviembre de 2020 bajo la modalidad MCM@Home y gestionada con el Aula Digital. En último lugar se incluye el análisis de la propia experiencia a partir de la rúbrica propuesta en este mismo trabajo y los datos recogidos del Aula Digital.

Palabras Clave: ruta matemática, mathcitymap, aula digital, evaluación automática

ABSTRACT

The following paper conducts and evaluates a math trail carried out through the MathCityMap Digital Classroom. The paper begins with an introduction to the concept of math trail and shows different evaluations that have been designed to assess experiences of this type, suggesting in last term an evaluation that can be automatized. Afterwards, the MathCityMap tool, the MCM@Home initiative and the Digital Classroom, the latest development of the application, are described. Subsequently, the math trail carried out to celebrate the European Researchers' Night on 27 November 2020 under the MCM@Home modality and managed with the Digital Classroom is shown. Finally, the analysis of the experience based on the evaluation proposed in this work and the data collected from the Digital Classroom is included.

Keywords: math trail, mathcitymap, digital classroom, automatized evaluation

ÍNDICE DE LA MEMORIA

1	INTRODUCCIÓN	1
2	CONTEXTO DEL TRABAJO.....	5
2.1	Rutas matemáticas como herramienta pedagógica.....	5
2.2	Antecedentes y evolución de las rutas matemáticas	10
2.3	Propuestas de rúbrica para evaluar las rutas matemáticas.....	13
3	MATHCITYMAP: ORIGEN Y DESARROLLO	21
3.1	Origen y proyectos relacionados.....	21
3.2	Aspectos claves de MathCityMap	24
3.3	Aula Digital	30
3.4	MCM@Home.....	33
4	UN PASEO DIVULGATIVO DESDE EL HOGAR.....	35
4.1	Noche Europea de los Investigadores e Investigadoras.....	35
4.2	El paseo con MCM@Home y el Aula Digital.....	36
4.3	Datos obtenidos de la experiencia	39
5	ANÁLISIS DE LOS DATOS Y CONCLUSIONES	43
5.1	Análisis de los datos y propuesta de evaluación	43
5.2	Conclusiones.....	46
6	BIBLIOGRAFÍA	49
	ANEXO I – RUTA MATEMÁTICA	53
	ANEXO II – CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN.....	77
	ANEXO III – CONTENIDO DEL CD	79

1 INTRODUCCIÓN

No es nueva la atribución de adjetivos tales como compleja o difícil a la asignatura de matemáticas. Numerosos son los alumnos que ansían superar 4º de la ESO para poder desprenderse de las matemáticas de por vida. Aún recuerdo a antiguos compañeros de la etapa de Secundaria sufrir dicha materia y aún mejor recuerdo sus caras de alegrías tras superar la Educación Secundaria Obligatoria y acceder a Bachillerato diciendo adiós, por fin, a las matemáticas.

Tras estas situaciones, cabe al menos preguntarse el porqué de esta percepción de las matemáticas. ¿Será verdad que las matemáticas requieren de una inteligencia o capacidades superiores? Quién no ha escuchado de algún familiar o conocido aquello de *las matemáticas y yo no nos llevamos muy bien...* Una frase que deja en el foco de la incompetencia o fracaso al propio sujeto. Resulta cuanto menos interesante observar esta conciencia general de las propias limitaciones para aprender, pues tal como afirma Susinos et al. (2014) “(...) todos los discursos, casi sin excepción, sitúan al individuo como causa única o principal del problema y no cuestionan ninguno de los elementos de la estructura escolar” (p. 136).

Es necesario ampliar el foco y observar otras posibles variables que afectan en la relación que tiene el individuo con las matemáticas, como bien pueden ser: hábitos de estudio inadecuados o poco favorables, factores sociofamiliares, currículum alejado de los intereses del alumno o metodologías poco atractivas para el alumno. El presente documento pretende contribuir a este último punto acerca del currículum y las metodologías.

Como punto de partida, en el mismo texto de Susinos et al. (2014) se pone de manifiesto la necesidad de conectar el currículum con los intereses de los jóvenes. Centrándonos en la asignatura de matemáticas, existe una idea general que vincula la desmotivación o falta de interés en esta asignatura debido a contenidos que los alumnos no son capaces de relacionar con el mundo real. Esto es algo sobre lo que el propio docente de matemáticas es

consciente y así lo reflejan en su estudio Ricoy y Couto (2018) donde se pone de manifiesto esta percepción a través de uno de los profesores entrevistados:

La poca relación de la materia de matemáticas con la vida cotidiana, del día a día, dificulta la abstracción. Además, sumándole lo poco atractivo que son ciertos temas es normal que se genere desmotivación en el alumnado por la materia de matemáticas (entrevista_63: Profesora con 8 años de servicio). (p. 74)

Es a partir de estas premisas de donde surge la idea de utilizar las rutas matemáticas para acercar esta asignatura a los alumnos mostrando la importancia de esta ciencia en el día a día (véase sección 2.1). Esta revelación de las matemáticas en situaciones inesperadas tiene a su vez una función motivadora que se encuentra ligada a la conexión que se provoca entre los contenidos que se desarrollan en el aula con el entorno del estudiante.

Mediante esta investigación se pretende estudiar las ventajas y utilidades que puede suponer para el docente realizar rutas matemáticas con la aplicación *MathCityMap*, herramienta fundamental en la que se apoya este documento y la cual se va a analizar en profundidad (véase capítulo 3). Haciendo referencia a Fernández (2020) y su propuesta de *paseo matemático desde el confinamiento*, se puede observar el potencial de esta herramienta en situaciones adversas como la crisis epidemiológica que se ha vivido en el año 2020 y lo que va de 2021. El presente trabajo, al realizarse en plena pandemia, también desarrolla una experiencia online donde se presenta MathCityMap como una herramienta útil de divulgación científica fácilmente extrapolable al contexto escolar. En este sentido, se ha llevado a cabo una ruta matemática en La Noche Europea de los Investigadores e Investigadoras con el objetivo de acercar la ciencia a la sociedad (véase capítulo 4). Dicha ruta se realizó gracias al *Aula Digital* de MathCityMap y la iniciativa de *MCM@Home*, las cuales suponen las últimas innovaciones que ha incorporado MathCityMap y cuya descripción es parte del objeto de estudio de este Trabajo Fin de Máster (véase sección 3.3 y 3.4).

El último punto por destacar es el volumen de datos que permite recopilar MathCityMap tras llevar a cabo una ruta matemática a través del Aula Digital. La interpretación de estos datos puede ser traducida y volcada a una rúbrica que permita al docente identificar aspectos relativos a un mal diseño de la actividad. Esta información resulta muy útil a la hora de diseñar futuras rutas, así como a la hora de plantear estrategias que permitan trabajar a posteriori los contenidos vistos en la ruta matemática (véase capítulo 5).

En resumen, los objetivitos principales de este Trabajo Fin de Máster son:

- Investigar el potencial didáctico del Aula Digital de MathCityMap
- Llevar a cabo una ruta matemática online mediante MCM@Home
- Analizar el volumen de datos del Aula Digital de MathCityMap tras la ruta matemática
- Proponer una rúbrica automática para evaluar cualquier ruta matemática

Para llevar a cabo este trabajo se ha seguido una estructura que se compone en cinco grandes bloques.

El primer bloque (véase capítulo 2) integra el contexto del trabajo, en el cual se defiende el papel de las rutas matemáticas como herramienta pedagógica (véase sección 2.1), se describe una breve historia de las rutas matemáticas (véase sección 2.2) y se presentan diferentes rúbricas llevadas a cabo para evaluar estas experiencias, proponiendo en último lugar una rúbrica que permite ser generalizada de forma automática en otros contextos (véase sección 2.3).

El segundo bloque (véase capítulo 3) expone la herramienta en la que se ha apoyado este trabajo, MathCityMap. En primer lugar, se habla de los inicios de esta aplicación y los diferentes proyectos europeos involucrados en su desarrollo (véase sección 3.1). A continuación, se exponen los aspectos clave de la aplicación (véase sección 3.2) y por último se destacan las dos últimas incorporaciones de MathCityMap, el AulaDigital y MCM@Home (véase sección 3.3 y 3.4).

El tercer bloque (véase capítulo 4) presenta la experiencia llevada a cabo. Comienza con una descripción sobre el contexto en el que se desarrolla la experiencia, esto es La Noche Europea de los Investigadores e Investigadoras (véase sección 4.1). Seguidamente se muestra el paseo realizado a través de MCM@Home y el Aula Digital (véase sección 4.2) y por último se muestran los datos obtenidos tras la experiencia (véase sección 4.3).

El cuarto bloque (véase capítulo 5) recoge el análisis e interpretación de los datos obtenidos tras la experiencia con el apoyo de la rúbrica propuesta en el capítulo 3, ofreciendo finalmente un criterio de evaluación general (véase sección 5.1). Por último, se exponen las conclusiones tras la realización de este trabajo (véase sección 5.2).

2 CONTEXTO DEL TRABAJO

Este capítulo integra el contexto del trabajo. Consta de una primera parte donde se defiende el papel de las rutas matemáticas como herramienta pedagógica (véase sección 2.1). A continuación, se describe una breve historia de las rutas matemáticas (véase sección 2.2), para presentar finalmente diferentes rúbricas elaboradas hasta el momento con el objetivo de evaluar estas experiencias, proponiendo en último lugar una rúbrica que permite ser generalizada de forma automática en otros contextos (véase sección 2.3).

2.1 Rutas matemáticas como herramienta pedagógica

El concepto de ruta matemática surge como una iniciativa para popularizar las matemáticas en los años 80 y 90. Consiste en “rutas a pie donde se descubren y pueden resolverse problemas matemáticos en objetos reales”, definición recogida en la web del proyecto europeo MoMaTrE (*Mobile Math Trails in Europe*) (véase sección 3.1). Otra definición que propone la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM, 2018) sobre las rutas matemáticas es la siguiente:

(...) actividad con la que mostrar/descubrir elementos y propiedades matemáticas en lugares donde quizás no se esperarían, con el objetivo de ayudar a comprender la belleza que se puede generar con un adecuado uso de formas y propiedades geométricas, y de entrenar nuestra mirada para captar las relaciones matemáticas que, a veces, se esconden en los objetos más inesperados. (p. 2)

De ambas definiciones se extrae que una ruta matemática consiste en una actividad en la que se abordan problemas matemáticos presentes en el entorno. La segunda definición va un paso más allá y establece algunos de los objetivos de esta actividad, entre los que menciona ayudar a comprender y entrenar nuestra mirada para detectar las relaciones matemáticas. Sin embargo, un objetivo que merece ser destacado y no queda tan claro en estas

definiciones, consiste en llevar a cabo un aprendizaje más significativo a través de la contextualización del mismo (Crompton, 2020).

A modo de ejemplo y para facilitar la comprensión al lector, en las rutas matemáticas se utilizan tanto plazas, fachadas, fuentes, mobiliario urbano, escaleras, campos deportivos, o cualquier otro elemento, como fuente de datos para plantear problemas matemáticos. Estos problemas tienen una componente única y es que es necesario llevar a cabo alguna medida o interacción con el objeto, figura o entorno en cuestión para poder resolverlos. Lo que se persigue, por tanto, mediante este recurso didáctico, es formular tareas considerando el entorno cercano al alumnado, desarrollando, tal como indican Blanco Nieto y Blanco Otano (2020), “tareas motivadoras y transversales que integran aspectos cognitivos y afectivos” (p. 8).

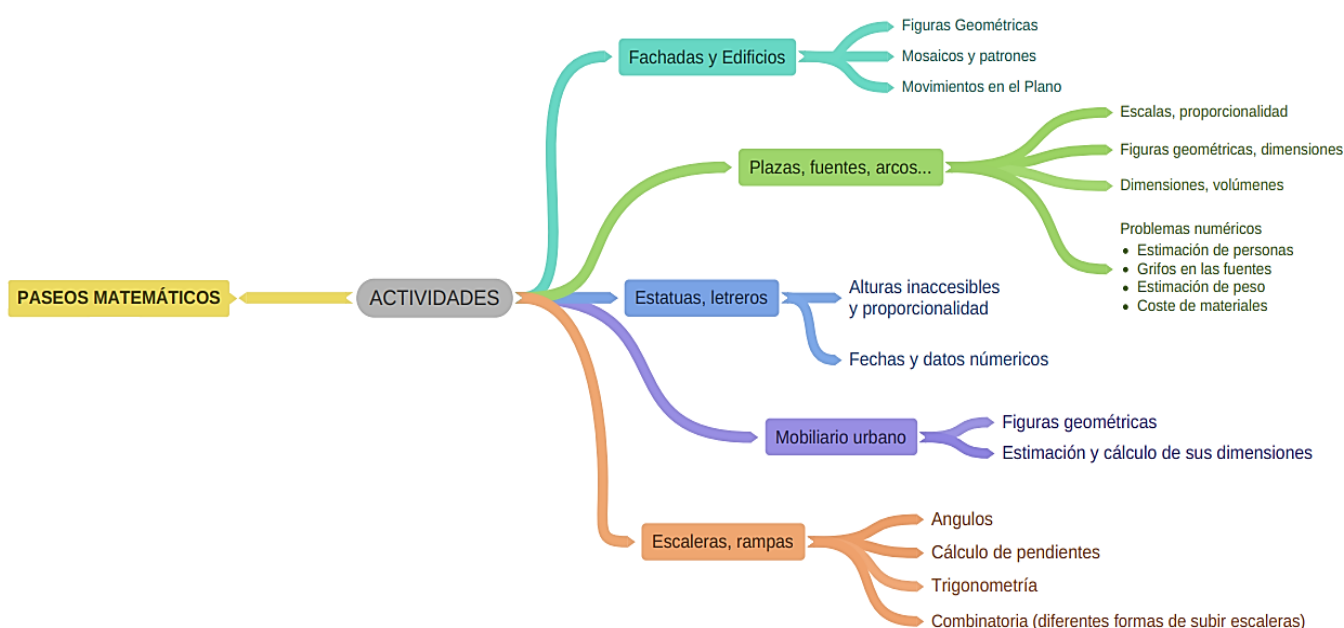


Ilustración 1: Elementos del entorno urbano y tareas y contenidos matemáticos sugeridos. Fuente: Blanco Nieto y Blanco Otano (2020)

En los últimos años ha crecido el interés sobre las rutas matemáticas y su potencial didáctico en el aula, así como el papel divulgativo que pueden desempeñar. La versatilidad y el carácter interdisciplinar que se atribuyen a esta actividad, hacen de la misma un gran recurso para la divulgación de las matemáticas.

La principal diferencia entre una ruta divulgativa y una ruta de carácter escolar reside en que la primera va dirigida al público en general y plantea diferentes actividades con la finalidad de despertar el interés del participante, teniendo presente el nivel de formación heterogéneo de los mismos. Por el contrario, una ruta escolar va dirigida a grupos de estudiantes de un nivel concreto donde se busca trabajar contenidos vistos en el aula.

Sea del carácter que sea la ruta matemática, no cabe duda de que supone un gran recurso para extrapolar conocimientos matemáticos a la vida real. Siendo dicha contextualización uno de los objetivos que persigue la educación moderna. Esto puede observarse a través de la estrecha relación que guarda la idea de contextualizar y extrapolar conocimientos con el término de *competencia* que tan de moda se ha puesto en los últimos años en el mundo de la educación. Para corroborar esta afirmación, solo hace falta echar un vistazo a la primera página del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. En esta página se contabilizan un total de 6 apariciones de la palabra *competencia*.

Según recoge este mismo decreto, el concepto de competencia describe “capacidades para aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos.” (Real Decreto 1105/2014, 2015, p. 172).

En la misma línea, el programa PISA (Programme for International Student Assessment o Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos en español) se refiere a competencia como “(...) capacidad de los estudiantes de aplicar su conocimiento y destrezas a áreas determinadas, y cómo analizan, razonan y se comunican con propiedad al identificar, interpretar y resolver problemas en situaciones diversas” (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2019, p. 15)

De ambas definiciones se puede concluir que la adquisición de cierta competencia viene derivada de un aprendizaje profundo. Subrayando con

profundo la idea de ir más allá de la simple memorización de contenidos, siendo necesario llevarlos a la práctica. Este *saber hacer* se adquiere a través de una participación activa.

En este sentido, se establecen siete competencias básicas en el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato. Considerándose dichas competencias, indicadores de calidad que expresan en qué medida los estudiantes están preparados para desempeñar un papel como ciudadanos activos con repercusión directa sobre el desarrollo de una sociedad (Rico, 2007). Entre dichas competencias se encuentra la competencia matemática, la cual según el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre se define como:

(...) habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas; en concreto, engloba los siguientes aspectos y facetas: pensar, modelar y razonar de forma matemática, plantear y resolver problemas, representar entidades matemáticas, utilizar los símbolos matemáticos, comunicarse con las Matemáticas y sobre las Matemáticas, y utilizar ayudas y herramientas tecnológicas; además, el pensamiento matemático ayuda a la adquisición del resto de competencias” (Real Decreto 1105/2014, 2015, p. 407)

Por ver de nuevo una segunda definición, PISA define en este caso la competencia matemática como “(...) capacidad de los estudiantes de formular, aplicar e interpretar las matemáticas en contextos diferentes. Incluye razonar matemáticamente y emplear conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos de diverso tipo” (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2019, p. 17)

De nuevo, ambas definiciones sugieren ideas similares, en las que se destaca la importancia que adquiere la capacidad de extrapolar los conocimientos matemáticos a contextos de la vida real.

Tras definir en qué consiste una ruta matemática y qué se considera competencia matemática, se deduce la estrecha relación que guardan ambos términos. Pudiendo resumir que las rutas matemáticas buscan una

extrapolación de conocimientos matemáticos a situaciones cotidianas para el alumno, siendo dicha capacidad de extrapolación la definición de competencia matemática. Aunque se ha mencionado que esta es la línea que sigue la educación moderna, la utilización del entorno como agente del proceso de aprendizaje no es algo nuevo. Por citar alguna figura importante en el ámbito de la didáctica de las matemáticas que percibió tiempo atrás el potencial del entorno para realizar una enseñanza profunda, se puede mencionar a Emma Castelnuovo. Entre los rasgos fundamentales de su trabajo, destacan tal como indican Ramellini y Martín Casadelrey, (2004) “el rigor, la coherencia y el uso del entorno como punto de partida y referente del aprendizaje, que hacen el acto de enseñar eficaz y permanente en el tiempo” (p. 9).

Otra característica que hace de las rutas matemáticas un recurso didáctico a considerar es su gran flexibilidad a la hora de diseñar las mismas. En este sentido, por ejemplo, se pueden plantear como una experiencia más general en la que se abordan diferentes contenidos del área de las matemáticas. O, por el contrario, diseñar una experiencia específica que aborde los aspectos del currículo en un contexto real, enriqueciendo de este modo las clases de matemáticas. Esta contextualización del currículo no se limita únicamente a la asignatura de matemáticas sino que, tal como indica la FESPM (2018), las rutas matemáticas permiten establecer relaciones entre distintas materias, favoreciendo las relaciones interdisciplinarias en el aula.

La flexibilidad que ofrece esta actividad también se traduce en una atención a la diversidad, pues las rutas matemáticas son para todos (Shoaf et al., 2004). Cada uno aprende y entiende las matemáticas de un modo. En ese sentido las tareas que se plantean en un paseo “se suelen proponer de forma tan abierta que cada persona encuentra su camino en función de sus aptitudes y posibilidades, a la vez que el docente puede apoyar en encontrar sus propias metas” (Vilas, 2019, p. 21)

El interés que despierta en las aulas de Secundaria realizar rutas matemáticas puede comprobarse en numerosas experiencias que se han llevado a cabo. Como ejemplo, puede observarse la buena aceptación que tuvo

el desarrollo de esta propuesta didáctica en los trabajos previos de alumnos del Máster de Formación del Profesorado, (Fernández, 2020; Ruiz, 2019; Vilas, 2019) los cuales fueron dirigidos por los mismos directores de esta investigación. Dichos trabajos suponen un buen ejemplo de empleo de TIC tanto dentro como fuera del aula y muestran el impacto motivacional que tiene en el estudiante el uso de este recurso didáctico con apoyo de la tecnología.

2.2 Antecedentes y evolución de las rutas matemáticas

Cómo ya se ha comentado previamente, el concepto de ruta matemática surge como una iniciativa para popularizar las matemáticas en los años 80 y 90. Concretamente, la primera ruta matemática se llevó a cabo en Melbourne, Australia. Dicho paseo, dirigido por Blane y Clarke (1984), consistía en una serie de actividades dirigidas a familias en una semana de vacaciones en las que se les ofrecía la oportunidad de descubrir las matemáticas que les rodeaban. Esta experiencia se convirtió en algo tan popular, que empezaron a desarrollarse paseos matemáticos por toda Australia.

En 1989, la ICMI¹ (International Commission on Mathematical Instruction o Comisión Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas en español) llevó a cabo una conferencia en la ciudad de Leeds, Inglaterra, dedicada únicamente a mejorar la percepción de las matemáticas. Blane fue invitado a dicha conferencia y allí expuso el éxito cosechado con las rutas matemáticas en Australia (Blane, 1989).

Tras esta conferencia se difundieron rápidamente las palabras del pionero, lo que condujo al diseño de rutas matemáticas por todo el mundo. En este sentido, destaca la ruta matemática de carácter recreativo diseñada por Muller (1993) en un lugar tan emblemático como son las Cataratas del Niágara (véase Ilustración 2).

¹ Más información sobre ICMI en <https://www.mathunion.org/icmi>

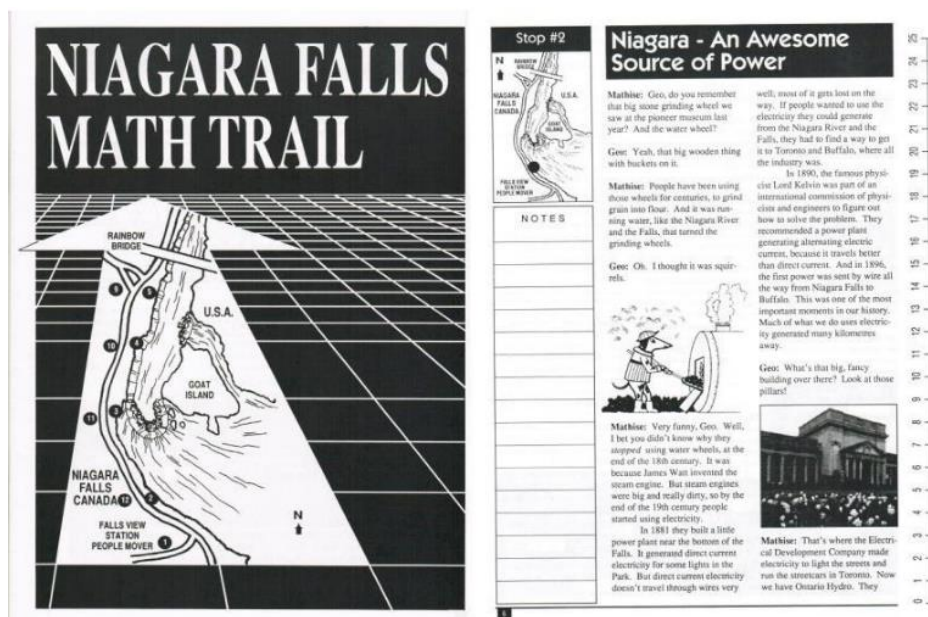


Ilustración 2: Dos páginas de la ruta matemática en las Cascadas del Niágara.

La gran flexibilidad y adaptabilidad de esta actividad fue percibida por muchos profesores, de diferentes procedencias, los cuales empezaron a desarrollar rutas por todo el mundo. En su libro sobre paseos matemáticos, Shoaf et al. (2004) destaca las siguientes rutas matemáticas llevadas a cabo por profesores de Estados Unidos:

- Carole Greenes, de la Universidad de Boston, organizó una ruta matemática a lo largo del centro histórico de Boston. Carole introdujo una modificación respecto al primer paseo llevado a cabo por Blane. Y es que los participantes seguían a un guía el cual conocía los aspectos históricos y matemáticos del paseo.
- Kay Toliver, profesora en Nueva York, guiaba a sus alumnos por el vecindario próximo a su centro escolar descubriendo aspectos matemáticos. Los alumnos no tomaban nota de los resultados, pero sí hablaban de sus descubrimientos en su vuelta al aula.
- Florence Fasanelli, Fred Rickey y Richard Torrington crearon una ruta matemática en el denominado The National Mall, Washington. Dando la oportunidad de visitar este emplazamiento histórico, integrando una actividad matemática en su visita turística.

Con el paso del tiempo, gracias a las posibilidades que ofrecen el desarrollo tecnológico y el uso masivo de smartphones, se han desarrollado diferentes iniciativas ligadas a las rutas matemáticas. Una de estas iniciativas fue la llevada a cabo por Jesberg y Ludwig (2012), la cual se materializó en la aplicación MathCityMap (véase capítulo 3). Dicha aplicación surge por un proyecto llevado a cabo por la Universidad Goethe de Frankfurt, Alemania, la cual ha impulsado notablemente el número de rutas matemáticas por todo el mundo.

Diferentes proyectos europeos relacionados con la Universidad Goethe de Frankfurt han utilizado MathCityMap para realizar labores relacionadas con la educación. En esta línea surgió el proyecto MoMaTrE (véase sección 3.1), cuyo objetivo es desarrollar las rutas matemáticas a través de dispositivos móviles. Para ello, MoMaTrE fomenta en los docentes el uso de la aplicación MathCityMap como recurso didáctico para que estos puedan proponer y realizar tareas matemáticas fuera del aula.

Como continuación al proyecto MoMaTrE, en 2019 comenzó un nuevo proyecto llamado MaSCE³ (véase sección 3.1) cuya coordinación también es llevada a cabo por la Universidad Goethe de Frankfurt. Este proyecto europeo pretende integrar las rutas matemáticas en el currículo europeo actual de forma sistemática.

Recientemente se ha aprobado un nuevo proyecto europeo denominado ASYMPOTOTE (véase sección 3.1) también coordinado por la Universidad Goethe de Frankfurt. La idea de este proyecto consiste en adaptar MathCityMap a las nuevas necesidades de la educación a distancia cuyas carencias han quedado expuestas durante la pandemia de la COVID19.

A nivel nacional, cabe destacar la participación de la FESPM² en los proyectos mencionados, a través de la Secretaria de Relaciones Internacionales, Claudia Lázaro, la directora de este Trabajo Fin de Máster.

² Más información sobre la FESPM en <https://fespm.es/>

2.3 Propuestas de rúbrica para evaluar las rutas matemáticas

La evaluación es un proceso que permite obtener información sobre el estado de una actividad. En el ámbito académico la evaluación permite, por un lado, ver en qué medida la actividad está contribuyendo a la adquisición de conocimientos por parte del alumno. Por otro lado, dicha evaluación sirve como un indicador del trabajo llevado a cabo por el docente tanto a la hora de transmitir conocimientos, como a la hora de diseñar la propia tarea.

Como todo proceso, la evaluación tiene varias fases. En primer lugar, requiere una planificación donde se ha de tener en cuenta qué o quiénes van a ser evaluados y de qué van a ser evaluados. A continuación, se obtendrá la información utilizando los procedimientos e instrumentos previstos. Tras analizar y valorar los resultados llega el momento de la toma de decisiones que puede consistir en la emisión de una calificación cuantitativa o cualitativa.

Cada ruta matemática es una experiencia única, fruto de la creatividad y entusiasmo de cada profesor que decide utilizar dicha actividad con sus alumnos. Por este motivo existen multitud de propuestas de rúbrica diseñadas por estos profesores con el objetivo de evaluar su actividad. Algunas de estas rúbricas buscan valorar la influencia que tiene la ruta en el aprendizaje de los contenidos matemáticos de los participantes. Otras, sin embargo, pretenden evaluar el diseño de la propia actividad.

Un ejemplo de rúbrica es la que propone Ruiz (2019) para valorar a sus alumnos tras realizar la ruta matemática que la propia autora diseña. En dicha rúbrica (véase Ilustración 3) adquiere un peso muy importante el interés y la actitud que muestra el alumno ante la actividad, suponiendo esta parte el 50% de la calificación. El otro 50% de la nota se atribuye a las tareas que tenga recogidas el estudiante en su cuaderno.

En el propio documento de Ruiz (2019) la autora destaca los buenos resultados obtenidos por la mayoría de los alumnos. Además constató que los alumnos que mostraban habitualmente un talento especial en la clase de

matemáticas fueron también los que consiguieron mejores calificaciones. Pero Ruiz también observó que los alumnos con mayores dificultades en la materia consiguieron buenos resultados, atribuyendo los mismos a la motivación y el interés que esta propuesta les suscitó.

	10-7,4	7,5-5	4,9-2,5	2,4-0
INTERÉS Y PARTICIPACIÓN 10%	El alumno participa activamente y trabaja cooperativamente durante todo el Paseo. Cuestiona con interés las actividades del mismo.	El alumno participa más o menos activamente y trabaja cooperativamente durante el Paseo. Muestra interés por las actividades del mismo.	El alumno muestra poca participación y necesita motivación para mantenerse activo. Muestra poco interés en las actividades del Paseo.	El alumno tiene una actitud pasiva y no trabaja cooperativamente en el Paseo. No muestra interés por las actividades del mismo.
INDICACIONES DEL/LA DOCENTE 10%	El alumno escucha con atención las indicaciones del profesor.	El alumno se distrae ocasionalmente de las indicaciones del profesor.	El alumno tiene dificultades para seguir las indicaciones del profesor.	El alumno no presta atención a las indicaciones del profesor.
CONDUCTA 10%	El alumno tiene un buen comportamiento y una actitud responsable durante el Paseo.	El alumno tiene un comportamiento y una actitud más o menos responsable.	El alumno pierde ocasionalmente el control de sus emociones y desequilibra su comportamiento durante el Paseo.	El alumno tiene mala conducta durante el Paseo.
COMPAÑERISMO 10%	El alumno mantiene un ambiente de compañerismo y equidad entre sus compañeros.	El alumno ayuda regularmente a sus compañeros durante el Paseo. Fomenta un clima agradable.	El alumno no muestra suficiente interés por sus compañeros ni contribuye a un buen ambiente.	El alumno mantiene una conducta egoísta y egocéntrica con sus compañeros.
RECOPIACIÓN DE DATOS 10%	El alumno recopila toda la información necesaria para la realización de las actividades.	El alumno recopila casi toda la información necesaria para la realización de las actividades.	El alumno recopila poca información para la realización de las actividades.	El alumno no recopila información para la realización de las actividades.
CUADERNILLO 50%	El alumno ha resuelto todas las actividades correctamente, con claridad, orden y limpieza.	El alumno ha resuelto casi todas las actividades correctamente, con bastante claridad, orden y limpieza.	El alumno ha resuelto pocas actividades correctamente, con poca claridad, orden y limpieza.	El alumno no ha resuelto ninguna actividad correctamente. Tampoco hay ni claridad ni orden ni limpieza.

Ilustración 3: Propuesta de rúbrica de Ruiz (2019) para evaluar una ruta matemática

Uno de los aspectos que no tiene en cuenta Ruiz en su rúbrica, y que sí que incorpora Payo (2020), es una evaluación sobre el propio diseño del recorrido. En este sentido, Payo propone tres rúbricas, una primera donde se valora si los lugares donde se realizan las actividades de la ruta son adecuados (véase ilustración 4), una segunda donde se valoran las propias actividades diseñadas (véase Ilustración 5), y una tercera donde se evalúan los resultados obtenidos por los alumnos en cada una de las actividades. La tercera rúbrica está muy adaptada específicamente a las tareas que propone Payo, por lo que difícilmente se puede extrapolar a otras rutas matemáticas.

	Dificultad para llegar a la parada	Actividades adaptadas al espacio	Lugar de interés para el alumnado	Parada a mantener o a sustituir
Parada 1: patio				
Parada 2: aula de inglés				
Parada 3: sala de psicomotricidad				
Parada 4: aula de 4 años				

Ilustración 4: Propuesta de rúbrica de Payo (2020) para valorar si las paradas son adecuadas

ÍTEMS	BIEN	REGULAR	A MEJORAR	Sugerencias
Las actividades han sido las adecuadas.				
Se han conseguido los objetivos de las actividades.				
Las actividades se han explicado de forma sencilla y clara.				
Las actividades han sido comprendidas por parte de los alumnos.				
Los alumnos han tenido dificultades para realizarlas.				
Los materiales propuestos han sido los adecuados.				
Todos los alumnos han mostrado interés.				
Todos los alumnos han participado.				

Ilustración 5: Propuesta de rúbrica de Payo (2020) para valorar el diseño de las actividades

Debe señalarse que estas últimas rúbricas no pudieron ser aplicadas en una ruta concreta dado que la propia ruta que diseñó Payo no logró realizarse dadas las circunstancias de la COVID19.

En último lugar, es interesante tener en cuenta la rúbrica propuesta por Tolmos et al. (2020) en la conferencia ATCM de 2020 (Asian Technology Conference in Mathematics). Dicha rúbrica (Ilustración 6), elaborada por sus alumnos del Máster de Formación del Profesorado de la Universidad Rey Juan Carlos, busca evaluar el planteamiento de los contenidos matemáticos que se trabajan durante la ruta. Una de las características más interesante de esta rúbrica es que no es específica para una única ruta, siendo fácilmente extrapolable a cualquier experiencia de este tipo.

CATEGORÍA	4	3	2	1	PUNTUACIÓN
Uso adecuado de la terminología matemática	La terminología y notación son correctas y siempre usadas haciendo fácil de entender lo que el alumno ha hecho	La terminología y la notación son correctas, aunque fueron usadas de manera general intentando hacer fácil lo que el alumno ha hecho	La terminología y notación son correctas, aunque solo fueron usadas en alguna ocasión	Hay poco o uso inapropiado de la terminología y notación matemática	
Resuelve áreas y perímetros de figuras planas y cuerpos geométricos	Usa razonamientos matemáticos complejos y efectivos	Usa razonamientos matemáticos efectivos sin complejidad	Existe alguna evidencia del uso de razonamiento matemático	Pocas evidencias de razonamiento matemático	
Conceptos matemáticos	La explicación demuestra completo entendimiento del concepto matemático usado para resolver los problemas	La explicación demuestra entendimiento sustancial del concepto matemático usado para resolver los problemas	La explicación demuestra algún entendimiento del concepto matemático necesario para resolver los problemas	La explicación demuestra un entendimiento muy limitado de los conceptos subyacentes necesarios para resolver los problemas matemáticos	
Explicación	La explicación es detallada y clara	La explicación es clara	La explicación es un poco difícil de entender, pero contiene algunos componentes críticos	La explicación es difícil de entender y tiene varios componentes ausentes	

Ilustración 6: Propuesta de rúbrica de Tolmos et al., (2020) para evaluar los aspectos matemáticos trabajados en el paseo

Tras contactar personalmente con Tolmos, la autora indica que no ha llegado a implementar dicha rúbrica por lo que no existe información alguna sobre su uso y no se puede concluir si resulta fácil de manejar o no.

Como puede observarse, poco o nada tiene que ver cada propuesta de rúbrica mostrada. Cada una de ellas evalúa diferentes aspectos de las rutas matemáticas. Sin embargo, todas estas rúbricas tienen cierto componente común pues requieren de la elaboración de una encuesta u otro instrumento de obtención de datos y una posterior interpretación personal de los mismos.

El presente documento desarrolla una experiencia de divulgación científica a través de una ruta matemática, por lo que el empleo de una rúbrica que mida el nivel de competencia matemática no va a tener demasiada relevancia. Esto se debe a que el público objetivo es muy diverso y de diferentes niveles académicos. Sin embargo, hay aspectos que pueden ser evaluados en cualquier ruta. Dichos aspectos son los relativos a un buen o mal diseño de la actividad.

Es en este punto donde surge la idea de llevar a cabo un análisis del volumen de datos que proporciona la aplicación MathCityMap con el objetivo de proponer una rúbrica que permita evaluar aspectos relativos al diseño de cualquier ruta matemática, tanto escolar como divulgativa (véase Ilustración 7).

La principal diferencia entre la rúbrica que se propone en este trabajo con las vistas hasta ahora radica en la posibilidad de automatizar la misma. Esta automatización se debe a que los datos pueden obtenerse de la propia aplicación MathCityMap tras llevar a cabo una experiencia con el Aula Digital.

La rúbrica que se muestra en la ilustración 7 evalúa las tareas de una ruta matemática a partir de la interacción que han tenido los participantes en cada una de ellas. Esta rúbrica no persigue evaluar al participante, por el contrario, pretende identificar las tareas que han supuesto un mayor grado de dificultad, así como aquellas que no han supuesto ningún reto para la gran mayoría del grupo. Para ello, se analizan diferentes aspectos dentro de una misma tarea clasificando estos en 4 categorías, las cuales suponen un indicador del nivel de dificultad de la tarea. Las categorías se dividen en una escala del 1 al 4, donde

1 denota muy poca dificultad y 4 mucha dificultad. A cada categoría se le ha asignado un color con el fin de facilitar la visualización de los datos a la hora de implementarla (1 amarillo; 2 y 3 verde; 4 rojo).

	Muy Fácil	Fácil-Regular	Regular-Difícil	**Revisar
Categoría	1	2	3	4
Completado	>85 %. Casi todos los participantes han completado la tarea.	[65-85) %. Varios participantes no han completado la tarea.	[50-65) %. Hay un porcentaje significativo que no ha completado la tarea.	<50%. Hay un porcentaje de participantes muy elevado que no ha completado la tarea.
Tiempo Medio en completar la tarea	(0-3) min. El tiempo empleado para resolver la tarea es muy breve, lo que indica que la tarea es demasiado sencilla.	[3-5) min. El tiempo empleado para resolver la tarea es breve, lo que indica que la tarea es sencilla.	[5-10) min. El tiempo empleado para resolver la tarea es significativo, lo que indica que la tarea supone un desafío.	>10 min. El tiempo empleado para resolver la tarea es muy extenso, lo que indica que la tarea resulta complicada.
No superado	[0-15) %. Muy pocos usuarios no han podido resolver la tarea.	(15-35) %. Varios participantes no han podido resolver la tarea.	(30-50) %. Hay un porcentaje significativo que no ha podido resolver la tarea.	>50%. Hay un porcentaje de participantes muy elevado que no ha podido resolver la tarea.
No intentado	[0-15) %. Casi todos los participantes han intentado resolver la tarea.	(15-35) %. Varios participantes no han intentado resolver la tarea.	(30-50) %. Hay un porcentaje significativo que no ha intentado resolver la tarea.	>50%. Hay un porcentaje de participantes muy elevado que no ha intentado resolver la tarea.
Pistas promedio	[0-0,50) No han sido necesarias pistas para resolver la tarea.	[0,50-1) Las pistas han ayudado en la resolución de la tarea.	[1-1,75) Casi todo el grupo ha acudido a las pistas para completar la tarea.	[1,75-3) Todo el grupo ha utilizado las pistas para resolver la tarea.
nº medio de respuestas erróneas	[0-0,75) Las respuestas erróneas no son significativas y pueden deberse a algún despiste.	[0,75-1,5) La tarea no ha sido resuelta a la primera, pero no ha supuesto mayor problema.	[1,5-3,5) La tarea ha necesitado de varios intentos para resolverla correctamente.	[3,5-6) Casi todo el grupo ha errado muchas veces.

Ilustración 7: Propuesta de rúbrica para evaluar las tareas de cualquier ruta matemática (elaboración propia)

En la rúbrica se muestra una distinción entre completar la tarea, no superarla y no intentarla. Se va a considerar que un usuario no ha completado la tarea cuando no la resuelve, pero no da más información del por qué. Sin embargo, cuando un usuario se cataloga como “No superado” quiere decir que ha intentado resolver la tarea, pero no lo ha conseguido. Por último, se cataloga a un usuario como “No intentado” cuando el tiempo que ha dedicado a la tarea no se considere suficiente.

Mediante esta rúbrica se analizará de forma individual cada tarea a través de los datos que proporciona el Aula Digital de MathCityMap. Si tras evaluar una tarea mediante la rúbrica todos los apartados se catalogan en la categoría 1, quiere decir que la tarea ha resultado muy fácil. Si, por el contrario, todos los apartados se catalogan en la categoría 4, quiere decir que la tarea ha sido imposible de resolver.

El caso ideal supondría que los apartados “Completado”, “No superado” y “No intentado” adquieran la categoría 1. Esto quiere decir que prácticamente todos los usuarios han resuelto la tarea. El resto de los apartados en el caso ideal deberían adquirir una categoría superior a 2. Esto se traduciría en que todos los usuarios han conseguido resolver la tarea, pero la tarea en sí ha supuesto un reto.

En el caso de que los apartados de una tarea se cataloguen en diferentes categorías de la 1 a la 4 habrá que analizar con más detalle la tarea. En estos casos hay que prestar especial atención a los apartados que adquieren categoría 1 o 4.

El objetivo de esta rúbrica es aprovechar todas las posibilidades que ofrece la tecnología y llevar a cabo esta evaluación de forma automática, facilitando trabajo al organizador y permitiendo al mismo replantear el diseño de las tareas en función de los datos obtenidos, mejorando de este modo la calidad de la experiencia.

3 MATHCITYMAP: ORIGEN Y DESARROLLO

En este capítulo se analiza la herramienta en la que se sustenta este trabajo. En primer lugar, se muestra un resumen del origen de la aplicación y todos los proyectos europeos que han permitido su desarrollo (véase sección 3.1). A continuación, se exponen los aspectos clave de MathCityMap a modo de tutorial (véase sección 3.2). Por último, se comentan dos de las últimas incorporaciones de MathCityMap, el Aula Digital y la iniciativa MCM@Home (véase sección 3.3 y 3.4).

3.1 Origen y proyectos relacionados

Como se ha apuntado previamente, las rutas matemáticas están ganando popularidad dentro de la comunidad educativa. Su potencial didáctico y el atractivo que despierta esta metodología ha movilizó a parte de este colectivo para crear recursos y herramientas que permitan desarrollar paseos matemáticos fácilmente. Así surgió el proyecto MathCityMap (Jesberg y Ludwig, 2012). Dicho proyecto, llevado a cabo por la Universidad Goethe de Frankfurt, Alemania, desarrolló la aplicación y el portal web que se utilizan en esta investigación. A fin de mejorar y diseminar esta herramienta, diferentes proyectos europeos relacionados con la Universidad Goethe de Frankfurt han utilizado MathCityMap para realizar labores relacionadas con la educación.

En este sentido, nació MoMaTrE³ (*Mobile Math Trails in Europe*, Project Reference: 2017-1-DE01-KA203-003577), un proyecto cofinanciado por la Unión Europea dentro del programa Erasmus+. El proyecto, enfocado a desarrollar la idea de paseos matemáticos mediante el uso de la tecnología a través de smartphones o tablets, comenzó en 2017 y ha llevado a cabo una mejora notable de la herramienta MathCityMap hasta su finalización el año 2020. Los logros más destacables podrían resumirse en una optimización de la aplicación móvil y el portal web desde el que crear contenido, el desarrollo de

³ Más información sobre MoMaTrE en <http://momatre.eu/>

una comunidad integrada por multitud de usuarios que comparten opiniones y realizan tareas colaborativas, en la creación de documentos con tareas genéricas que pueden adaptarse a nuevos paseos matemáticos, e incluso un currículo que se oferta en algunas universidades para formar a futuros docentes en dicho ámbito.

Todos estos recursos han sido elaborados gracias a la cooperación de siete entidades establecidas en diferentes países europeos (Alemania, Francia, Portugal, Eslovaquia y España).

En el año 2019 se inició otro proyecto cofinanciado por la Unión Europea dentro del programa Erasmus+ bajo el nombre MaSCE³ ⁴ (*Math Trails in School, Curriculum and Educational Environments of Europe*, Project Reference: 2019-1-DE03-KA201-060118). Esta segunda fase se está llevando a cabo a través de la colaboración de algunas entidades comunes a MoMaTrE, y la incorporación de otras nuevas. MaSCE³ no tiene un objetivo aislado; por el contrario, busca mejorar las herramientas que se han desarrollado a lo largo del proyecto anterior e integrar las rutas matemáticas de manera sistemática en el currículo europeo como un nuevo recurso didáctico para trabajar las matemáticas en el aula. Este objetivo viene motivado por el uso actual que suele darse a las rutas matemáticas, pues no adquieren relevancia en el contexto escolar y suelen quedar como una actividad especial con la que programar una excursión o una actividad cultural del centro. Para conseguir el objetivo de introducir los paseos matemáticos en el currículo europeo actual, el proyecto MaSCE³ se propone diferentes objetivos específicos entre los que destacan la creación del Aula Digital de MathCityMap (véase sección 3.3), la incorporación de nuevos formatos de tarea, la realización de rutas matemáticas basadas en temas del currículo europeo y un MOOC (Massive Online Open Course o curso abierto online masivo en español) bajo el nombre *Task Design for Math Trails* para enseñar a los docentes a utilizar la herramienta MathCityMap. El autor de este Trabajo Fin de Máster ha realizado este curso en paralelo al desarrollo de este documento.

⁴ Más información sobre MaSCE³ en <http://masce.eu/>

Recientemente se ha aprobado otro proyecto cofinanciado por la Unión Europea dentro del programa Erasmus+ bajo el nombre ASYMPTOTE⁵ (*Adaptive Synchronous Mathematics Learning Paths for Online Teaching in Europe*). La idea de este proyecto consiste en adaptar MathCityMap a las necesidades de la educación a distancia que tan necesaria se ha vuelto en la pandemia del Coronavirus. Para ello, se persigue crear un portal web y una aplicación que permita al docente conducir de forma síncrona y flexible una educación online en el ámbito de las matemáticas en la que únicamente se requiera un smartphone por parte del alumno. Otro de los objetivos que busca este proyecto es desarrollar mecanismos de evaluación sistemáticos que permitan medir el progreso de los estudiantes. A través del aprendizaje digital, los alumnos podrán recibir tareas adaptadas a su progreso individual, así como una valoración instantánea sobre las respuestas introducidas. Esta idea de automatizar la evaluación va en la línea de lo que persigue este Trabajo Fin de Máster mediante la rúbrica que se muestra en el capítulo anterior (véase sección 2.3).

A nivel nacional, tras participar en el proyecto MoMaTrE, la FESPM se ha consolidado como una de las instituciones socias con las que cuenta la Universidad Goethe de Frankfurt para llevar a cabo los proyectos sucesivos relacionados con MathCityMap, MaSCE³ y ASYMPTOTE. La función principal de la FESPM en estos proyectos ha consistido en la difusión tanto de la herramienta MathCityMap como de todas las iniciativas llevadas a cabo por estos proyectos con el objetivo de difundir el potencial de las rutas matemáticas. Hay que destacar de nuevo la figura de Claudia Lázaro, responsable de estos proyectos por parte de la FESPM y directora de este Trabajo Fin de Máster.

⁵ Más información sobre ASYMPTOTE en <http://asymptote-project.eu/>

3.2 Aspectos claves de MathCityMap

La herramienta MathCityMap combina el atractivo de las rutas matemáticas con el potencial derivado del uso de smartphones. Es totalmente gratuita, aunque para aprovechar todas sus funcionalidades requiere de un registro previo en su portal web MathCityMap⁶ con un correo electrónico. La herramienta consta de dos vertientes, un portal web y una aplicación para smartphones o tablets.

El portal web es el entorno donde va a trabajar el docente. Es en este entorno donde se lleva a cabo la creación de las rutas matemáticas, consistiendo las mismas en una combinación de tareas situadas en diferentes localizaciones. Estas actividades pueden ser elaboradas desde cero, o bien utilizar tareas de dominio público llevadas a cabo por otros usuarios.

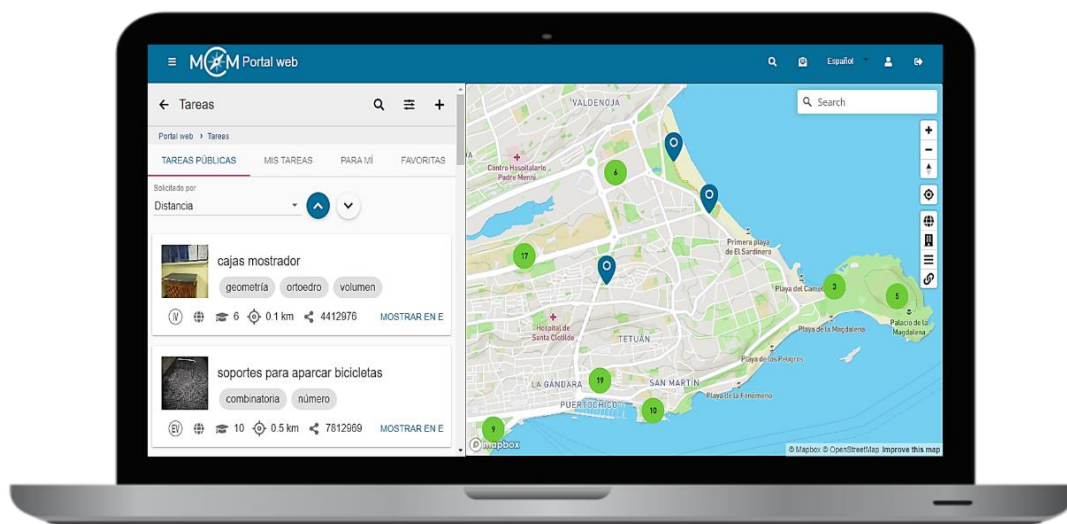


Ilustración 8: Imágenes del portal web de MathCityMap. Tareas de dominio público en Santander.

Para que una tarea se considere de dominio público tiene que contar con la aprobación de diferentes miembros de la comunidad de MathCityMap. Esta revisión tiene como objetivo garantizar la calidad de las actividades que pueden ser utilizadas por cualquier usuario. Esta idea de intercambiar el trabajo personal y crear una comunidad mundial donde compartir toda experiencia

⁶ Más información sobre MathCityMap en <https://mathcitymap.eu/es/>

relacionada con las rutas matemáticas es el núcleo principal del portal web MathCityMap. Se puede resumir que el portal web supone el entorno de creación y además el espacio en el que compartir experiencias entre la comunidad de usuarios.

La aplicación para smartphones, cuya función es servir de guía digital, se puede considerar el entorno del alumno o participante. A través de esta, el alumno puede descargar la ruta y realizarla tanto de manera online como offline. Una vez descargada, al iniciar la ruta aparecen las diferentes actividades que la componen marcadas con indicadores situados sobre un mapa.

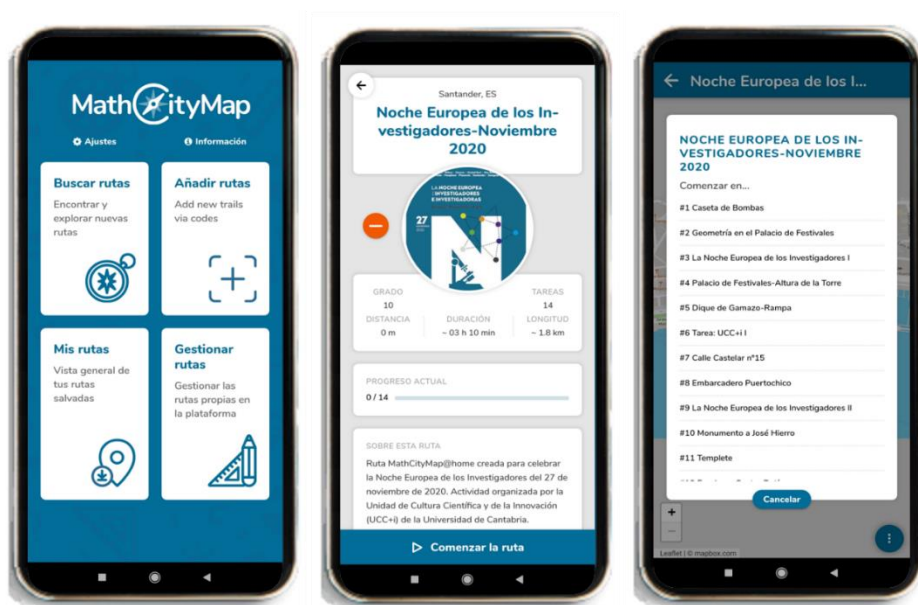


Ilustración 9: Imágenes de la aplicación MathCityMap. Inicio de la aplicación (izquierda), selección de ruta (centro), lista de tareas de la ruta comenzada (derecha).

Dichos indicadores determinan la localización hacia donde el alumno es guiado mediante GPS para poder llevar a cabo las tareas que se proponen. Al pinchar sobre el indicador de la tarea aparece en pantalla el enunciado de esta, proporcionando del mismo modo la aplicación una serie de pistas a demanda del participante (máximo 3 pistas por tarea).

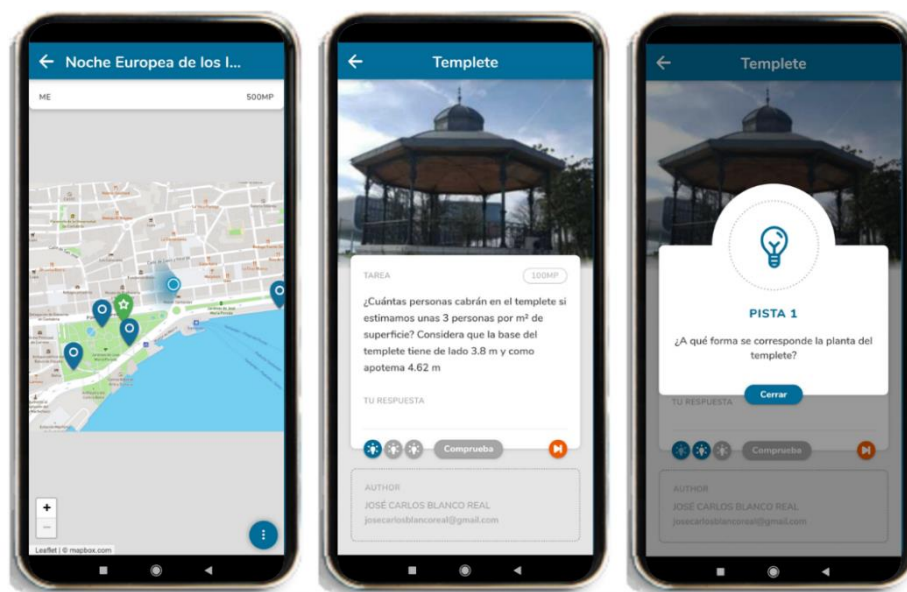


Ilustración 10: Imágenes de la aplicación MathCityMap. Función GPS (izquierda), vista de tarea (centro), pista que proporciona la app (derecha).

Las tareas se resuelven en la misma aplicación recibiendo valoración inmediata y una puntuación máxima de 100 puntos dependiendo del nivel de acierto con el que se ha resuelto la tarea. La aplicación ofrece un ejemplo de solución al resolver la tarea o tras introducir seis respuestas erróneas.

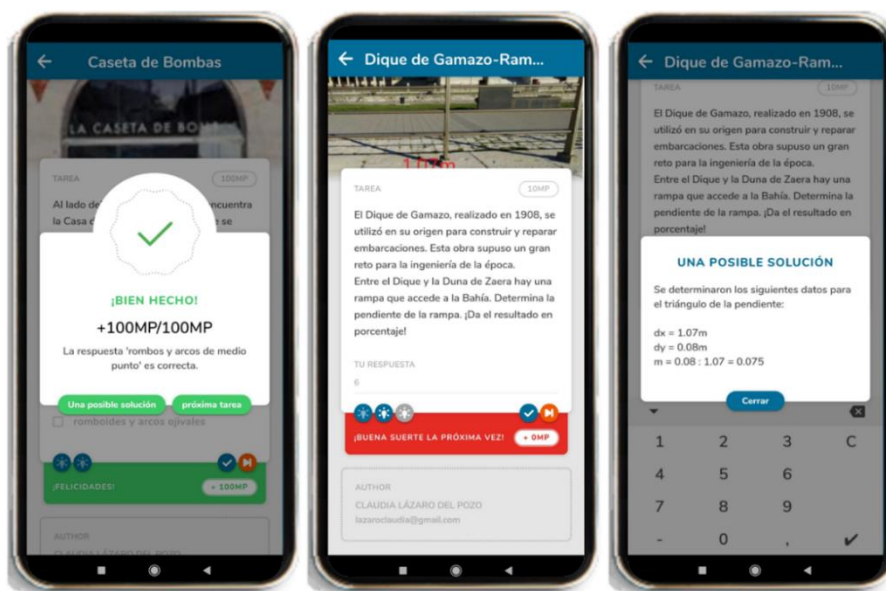


Ilustración 11: Imágenes de la aplicación MathCityMap. Tarea resuelta de manera correcta (izquierda), tarea fallida (centro), una posible solución (derecha).

En último lugar, no como un componente más, sino como la integración entre el portal web y la aplicación móvil, se encuentra la denominada Aula Digital. Puede considerarse el desarrollo más significativo que ha llevado a cabo el proyecto MaSCE³. El Aula Digital, permite al organizador realizar un seguimiento a tiempo real del progreso de la ruta que se está llevando a cabo. Entre otros datos, se puede observar la actividad de cada participante comprobando las tareas que ha completado, las que aún tiene pendientes, las respuestas introducidas y la localización en tiempo real de los propios participantes.

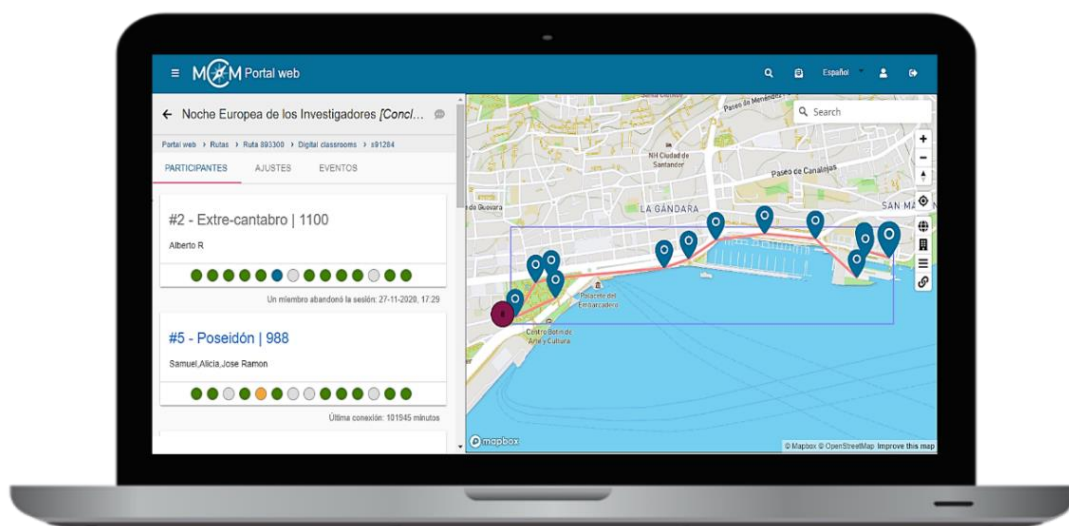


Ilustración 12: Portal web de MathCityMap. Seguimiento del progreso de la ruta matemática.

Del mismo modo, el Aula Digital sirve como canal de comunicación entre el organizador y los participantes, proporcionando un chat a través del cual se pueden plantear dudas y brindar asistencia. Dado que el Aula Digital es uno de los últimos desarrollos de MathCityMap y existen pocas referencias al respecto, se va a analizar en detalle más adelante (véase sección 3.3).

Ya se han comentado previamente algunos de los beneficios que pueden obtenerse al realizar rutas matemáticas (véase sección 2.1). Llevar a cabo esta actividad a través de MathCityMap trae consigo una serie de ventajas adicionales.

Desde el punto de vista del organizador, el uso de MathCityMap reduce significativamente el tiempo empleado para elaborar rutas matemáticas. Esto se debe a la cantidad de recursos públicos disponibles que pueden ser adaptados y utilizados en cualquier ruta. Cabe destacar que uno de los objetivos principales de MathCityMap consiste en automatizar ciertos pasos en la creación de rutas matemáticas, simplificando y reduciendo el tiempo empleado para elaborar la actividad (Gurjanow et al., 2017).


Desde el punto de vista del participante, llevar a cabo rutas matemáticas con MathCityMap permite trabajar la competencia digital y la orientación espacial debido al uso de tecnología GPS para llegar a la ubicación de las tareas. Otro aspecto positivo derivado del uso de esta aplicación es la autonomía que se concede al participante a la hora de realizar la ruta matemática gracias a las pistas y la valoración instantánea de las respuestas introducidas que proporciona la propia aplicación. Un último aspecto que se percibe como una ventaja del uso de MathCityMap es su componente lúdica. Según el estudio de Barbosa y Vale (2020), la atribución de una mayor o menor puntuación en función del nivel de acierto con el que se resuelve la tarea provoca una mayor implicación en resolver correctamente la misma. Se disminuye de este modo el número de respuestas introducidas al azar y se propician situaciones de diálogo en el grupo de participantes sobre la validez de la respuesta a introducir.



Ilustración 13: Entornos de MathCityMap. Portal Web a la izquierda (PC), aplicación a la derecha (smartphone y tablet), Aula Digital representada como la interacción entre ambos entornos

Como inconveniente, llevar a cabo rutas matemáticas a través de MathCityMap supone alguna dificultad añadida. Uno de los aspectos que despierta mayor preocupación es la política de protección de datos. El foco de la preocupación reside en los permisos que solicita la aplicación para geolocalizar a los usuarios. Este es un tema que preocupa a los docentes y que se refleja en diferentes foros sobre la propia aplicación MathCityMap. Un par de ejemplos de comentarios en estos foros son los siguientes: “Me preocupa el tema de usar con niños una aplicación a la que debes dejar acceder a tu ubicación.” “(...) *educational authorities and also many parents take care of and monitor compliance with the GDPR, so it is important to know how the data is handled in the applications that we are going to propose for students.*”

La respuesta que se da por parte del equipo de MathCityMap es que cumplen todas las disposiciones del Reglamento General de Protección de Datos de la Unión Europea (GDPR). También indican que los datos no son de carácter personal y solo se recopilan al llevar a cabo una ruta matemática a través del Aula Digital.

**Ri: Protección de datos**
by [Simone Jablonski](#) - Monday, 22 March 2021, 11:04 AM

Dear Dominica and Alfonso,

thank you for your interest in MathCityMap. We can give you the following information concerning the fulfillment of the GDPR:

- The data is processed and stored in Germany (1&1 – Frankfurt). It is deleted after 6 months
- The data is only collected during the period of a digital classroom (students have to confirm before using a particular digital classroom)
- The collected data is not personalized
- No registration for students necessary
- Identification through random temporary keys (no clear names or e-mails necessary)
- Encrypted data transmission (SSL)

Therefore, MathCityMap complies with the provisions of the GDPR. If you have more questions on it, please let us know!

All the best
Simone

Permalink Show parent Reply

Ilustración 14: Respuesta de uno de los miembros de MathCityMap sobre el cumplimiento del Reglamento General de Protección de Datos. Fuente: Task Design For Math Trails MOOC.

3.3 Aula Digital

El Aula Digital es uno de los últimos desarrollos de MathCityMap. Es un entorno que ofrece al organizador de la ruta herramientas pedagógicas y organizativas auxiliares a la hora de realizar una ruta matemática. El primer paso para utilizar esta característica de MathCityMap es acceder a la ruta correspondiente y seleccionar la opción de crear un Aula Digital. A continuación es necesario establecer un nombre identificativo para la sesión, la fecha, hora, y duración de la misma. Se pueden configurar otros aspectos, como un mensaje de bienvenida y/o despedida para los participantes. Una vez creada la sesión del Aula Digital, los interesados en participar en la ruta pueden unirse a la misma introduciendo en la aplicación el código identificativo que se crea por defecto. Hay que tener en cuenta que para utilizar el Aula Digital de manera efectiva, los participantes necesitan tener una conexión a internet estable.

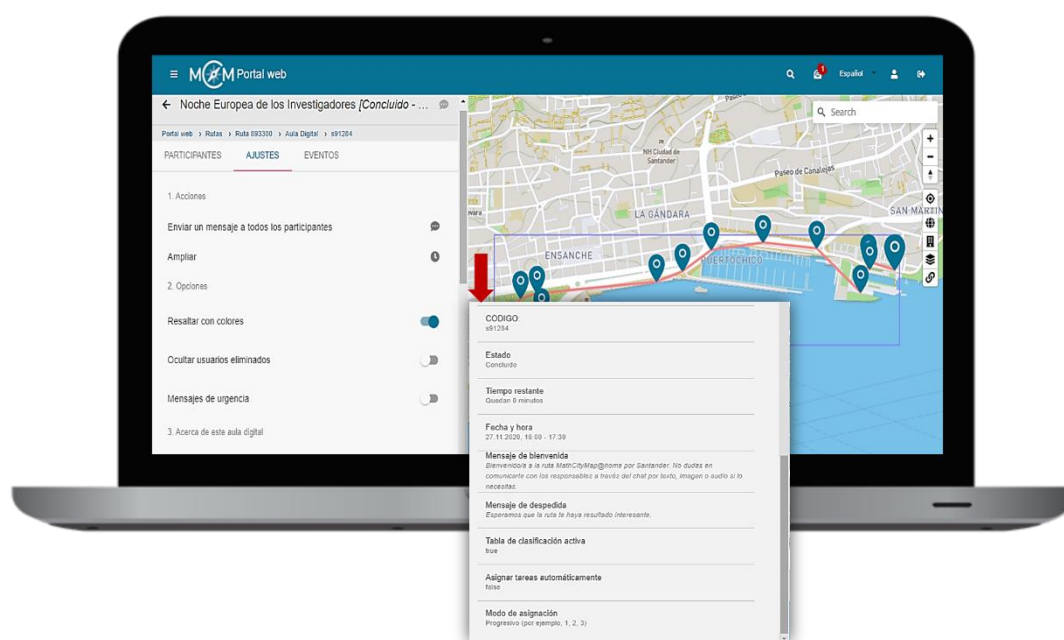


Ilustración 15: Portal web de MathCityMap. Ajustes del Aula Digital

El objetivo del Aula Digital es ofrecer una herramienta que permita al organizador de la ruta controlar en tiempo real la experiencia. Para ello, el Aula Digital proporciona tres funciones adicionales:

En primer lugar, se puede señalar la función de geolocalización que proporciona la aplicación mediante tecnología GPS. Con esta función el organizador es capaz de ver la ubicación de los participantes y reconducirlos en caso de que caminen hacia una dirección errónea.

La segunda función del Aula Digital consiste en un chat que permite al organizador comunicarse con los participantes con la idea de guiar y supervisar la actividad en todo momento. Gracias al chat se pueden resolver dudas en tiempo real, verificar mediciones y ofrecer pistas de manera independiente. Esta comunicación bidireccional permite al organizador dar una asistencia personalizada a cada uno de los participantes (Baumann et al., 2020). Del mismo modo, el chat permite al organizador enviar mensajes a todo el grupo de participantes con la idea de dar indicaciones generales y reducir problemas de organización.

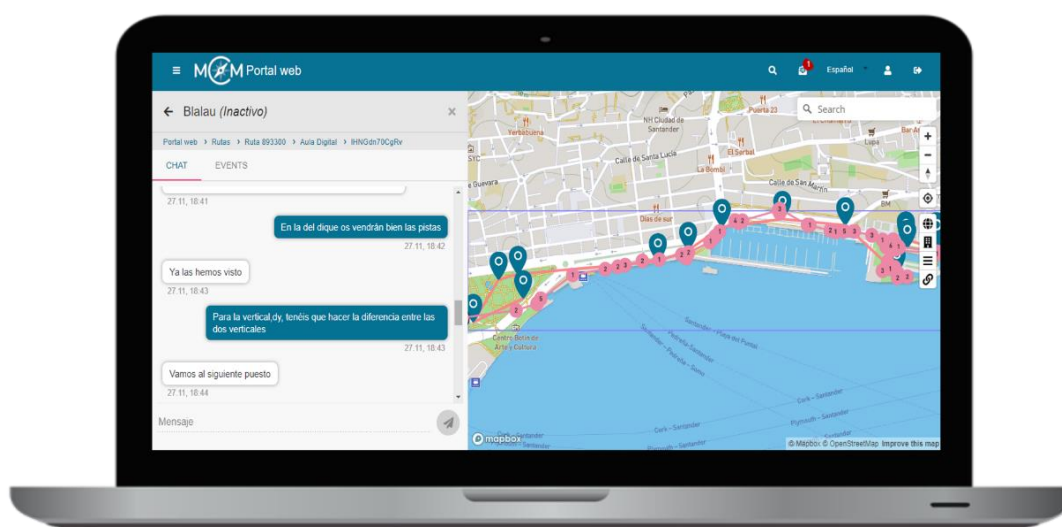


Ilustración 16: Portal web de MathCityMap. Chat del Aula Digital

La tercera función del Aula Digital permite recopilar los datos del progreso de cada uno de los participantes de la ruta matemática. Estos datos, recogidos en la pestaña de eventos, muestran la interacción de los participantes con la aplicación. Entre otros, se pueden visualizar las tareas que ha completado cada usuario, las pistas que ha necesitado en cada tarea y las respuestas introducidas. Todos estos eventos se van actualizando en tiempo real a medida

que se desarrolla la experiencia y constituyen una fuente de información útil para el organizador.

A través de estos eventos se puede observar si algún participante tiene dificultades con una tarea concreta y asistirle a través del chat de forma individual.

Del mismo modo, estos datos permiten identificar aspectos relativos a un mal diseño de la actividad. Si a la hora de resolver una tarea, varios participantes introducen respuestas erróneas similares, quizás el enunciado de la tarea no sea lo suficientemente claro, o puede ser que el intervalo de la respuesta considerado como válido no esté bien dimensionado.

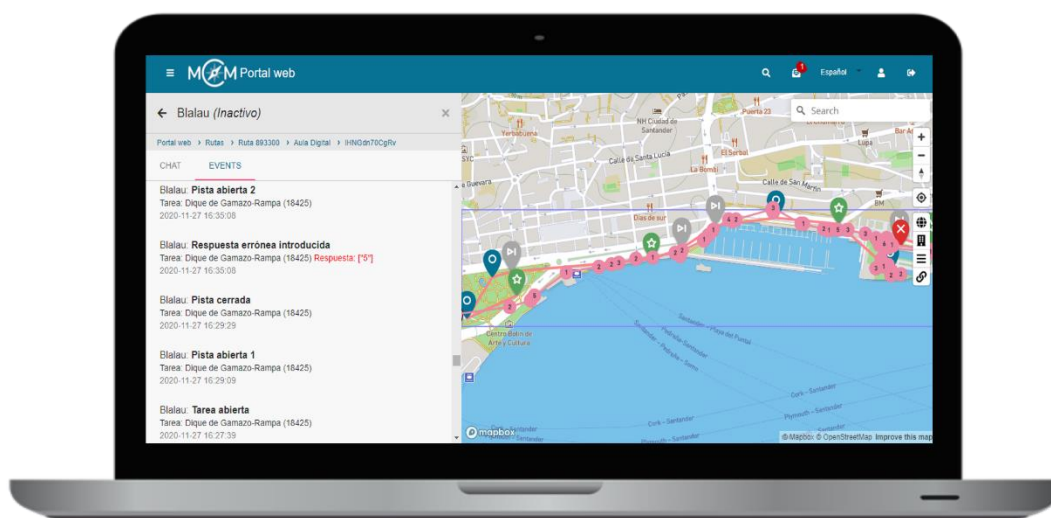


Ilustración 17: Portal web de MathCityMap. Eventos de un usuario

Al finalizar una ruta mediante el Aula Digital, todos los datos quedan almacenados durante 6 meses en los servidores de MathCityMap ubicados en Frankfurt. Estos se presentan ordenados cronológicamente y pueden visualizarse o bien el conjunto de datos de todo el grupo, o únicamente los de un usuario particular.

Ya se ha comentado la utilidad de los datos durante el desarrollo de la actividad. Sin embargo, no es obvia la interpretación del volumen de datos resultante tras finalizar la ruta. Por esta razón surgió la idea de diseñar una rúbrica que permitiera analizar estos datos con el objetivo de evaluar diferentes aspectos relativos al diseño de cualquier ruta matemática. Por ello, como se

verá en el capítulo 4, tras realizar la ruta de forma online en La Noche Europea de los Investigadores e Investigadoras mediante el Aula Digital, se analizaron los datos obtenidos para evaluar la actividad.

3.4 MCM@Home

Las rutas matemáticas están vinculadas a matemáticas al aire libre o matemáticas en la calle. Durante la pandemia del coronavirus, la idea de llevar a cabo una actividad de este tipo resulta complicada. En este sentido, para continuar desarrollando experiencias educativas lúdicas y seguir aprendiendo matemáticas, MathCityMap desarrolló una iniciativa que permite llevar a cabo rutas matemáticas sin la necesidad de desplazarse hasta la ubicación de las tareas. Esta iniciativa se recoge bajo el nombre de MCM@Home. Básicamente, consiste en llevar a cabo la ruta matemática desde casa o cualquier otro lugar sin la necesidad de desplazarse. Hay que recordar que las tareas que se proponen en una ruta matemática convencional tienen una característica singular y es que ha de implicar la necesidad de llevar a cabo alguna medida o interacción con el objeto, figura o entorno en cuestión. Pues bien, en las rutas matemáticas MCM@Home se suprime dicha característica y se sustituye por una búsqueda en internet, algún libro de texto, o incluso la utilización de alguna otra herramienta como GeoGebra. Es decir, se pierde el requisito de interactuar con el entorno, pero se suple de cierto modo para que la actividad siga despertando interés y motivación en el participante.

Debido a la situación de pandemia, este trabajo aprovechó la iniciativa MCM@Home para proponer una ruta matemática de carácter divulgativo desde casa. Esta nueva funcionalidad de MathCityMap ha sido bien acogida en diferentes partes del mundo, dando como resultado hasta el mes de abril de 2021, una colección⁷ de un total de 65 rutas matemáticas categorizadas como MCM@Home. Siete de ellas han sido elaboradas en España, de entre las

⁷ Más información sobre la colección de rutas MCM@Home en <https://mathcitymap.eu/en/collection-of-mcmhome-trails/>

cuales se encuentra la ruta de este trabajo titulada *Noche Europea de los Investigadores-Noviembre 2020*. Estas 65 rutas conforman la base del proyecto ASYMPTOTE, pues van a ser las primeras actividades que se exporten a esta nueva plataforma de aprendizaje digital.

Las rutas matemáticas que se plantean bajo la iniciativa MCM@Home tienen la ventaja de que pueden realizarse desde cualquier parte del mundo, dando la oportunidad de descubrir *con ojos matemáticos* cualquier lugar del planeta.

En el siguiente capítulo se muestra la ruta de la *Noche Europea de los Investigadores-Noviembre 2020*, así como los datos obtenidos de la experiencia.

4 UN PASEO DIVULGATIVO DESDE EL HOGAR

En el presente capítulo se muestra la experiencia llevada a cabo y los datos obtenidos de la misma. En primer lugar se comenta en que consiste La Noche Europea de los Investigadores e Investigadoras (véase sección 4.1), se muestra el paseo llevado a cabo a través de MCM@Home y el Aula Digital (véase sección 4.2) y, por último, se analizan los datos que se recogen de la experiencia (véase sección 4.3).

4.1 Noche Europea de los Investigadores e Investigadoras

Las rutas matemáticas suponen una herramienta didáctica muy interesante para implantar en el aula. Pero no es el único contexto en el que se puede desarrollar dicha actividad, también suponen un gran recurso para la divulgación de las matemáticas. Como tal, este trabajo se apoya en una ruta matemática de carácter divulgativo propuesta y realizada en la *Noche Europea de los Investigadores e Investigadoras*.

La Noche Europea de los Investigadores⁸ consiste en un proyecto de divulgación científica promovido y financiado por la Comisión Europea a través de las acciones Marie Skłodowska-Curie, que fomentan las carreras de investigadores europeos. El proyecto surgió en 2005 con la colaboración de 15 países y un total de 20.000 participantes. Ya en 2019, en su decimoquinta edición, el número de países ascendió a 29, y los participantes que se sumaron a esta iniciativa alcanzaron la cifra de 1,5 millones.

En el ámbito estatal, el 27 de noviembre de 2020 se celebró conjuntamente este proyecto de divulgación mediante un consorcio llevado a cabo por las instituciones que integran el Grupo de Universidades (G-9)⁹. Las

⁸ Más información sobre La Noche Europea de los Investigadores en https://ec.europa.eu/research/mariecurieactions/actions/european-researchers-night_en

⁹ Más información sobre el Grupo 9 de Universidades en <https://nocheinvestigag9.es/>

actividades que se llevan cabo en estas jornadas tienen el objetivo de presentar la comunidad investigadora a la sociedad con el fin de dar a conocer este colectivo e inspirar a la juventud para realizar una carrera científica. En el año 2020, la edición tuvo que llevarse a cabo de manera online debido a las circunstancias derivadas de la crisis epidemiológica. Incluso ante esta adversidad dicho evento congregó a más de 40.000 personas mediante una oferta de más de 400 actividades del área del conocimiento. Cabe resaltar la alta participación de mujeres investigadoras en la edición de 2020. En concreto, un 53% de la comunidad investigadora que ha colaborado son mujeres. Resultando de este modo un evento que contribuye a visibilizar el papel de la mujer en la ciencia y la tecnología, proporcionando modelos y referentes femeninos a las más jóvenes.

Por último, la Universidad de Cantabria, como uno de los integrantes del Grupo de Universidades G9, ha celebrado en el año 2020 la octava edición de la Noche Europea de los Investigadores e Investigadores impulsada por la Unidad de Cultura Científica y de la Innovación (UCC+i)¹⁰. A través de actividades de toda índole dirigidas a todos los públicos y con formatos muy variados, la ciudad de Santander ha dado a conocer los proyectos científicos del personal investigador de la universidad y de las instituciones colaboradoras.

4.2 El paseo con MCM@Home y el Aula Digital

En esta sección se expone la ruta MCM@Home empleada para celebrar la Noche Europea de los Investigadores del 27 de noviembre de 2020.

El objetivo de la ruta es ofrecer una actividad de divulgación lúdica en la que se trabajen contenidos matemáticos y, a su vez, dar a conocer el papel de la Unidad de Cultura Científica y de la Innovación (UCC+i) de la Universidad de Cantabria.

¹⁰ Más información sobre La Noche Europea de los Investigadores de la Universidad de Cantabria en <https://web.unican.es/unidades/cultura-cientifica/actividades/la-noche-de-los-investigadores>

Mientras se trabajan las matemáticas, esta ruta permite conocer lugares de interés de la ciudad de Santander a través de apuntes históricos que hacen referencia al objeto, establecimiento o lugar en el que se proponen las tareas.

Aunque las tareas estén establecidas en diferentes localizaciones de la ciudad de Santander, no es necesario acudir a la ubicación para resolverlas. Como ya se ha comentado, la ruta se cataloga dentro de las rutas MCM@Home. Por lo tanto, para poder realizar las tareas es necesario que los enunciados de estas cuenten con los datos suficientes para su resolución.

La ruta se compone de 14 tareas entre las que se plantean actividades de geometría, unidades de medida, longitudes, identificación de patrones, cálculo de pendientes, áreas, volúmenes, y combinatoria. Cuatro de las tareas que se proponen no trabajan contenidos matemáticos, sino que buscan dar información sobre la Noche Europea de los Investigadores, la Universidad de Cantabria y el proyecto MathCityMap. En cuanto a la dificultad de la ruta, al ser una actividad de divulgación, se espera un público heterogéneo y por ende las tareas que se proponen tienen diferente grado de dificultad. En el Anexo I se muestra la ruta completa que ha sido descargada de la propia aplicación de MathCityMap. También se puede consultar el archivo PDF de la ruta completa entre los contenidos del CD que se entrega junto a este mismo documento.

Lo ideal hubiese sido llevar a cabo la ruta de forma convencional a través de la aplicación MathCityMap. Ante la situación de pandemia, organizar una actividad de este estilo y reunir a un grupo de personas para llevar a cabo un paseo por la ciudad no resultaba lo más idóneo. Es por ello por lo que se optó por llevar a cabo una ruta MCM@Home a través del Aula Digital de MathCityMap.

La actividad se anunció a través de la página web de la Universidad de Cantabria. Los interesados, tras rellenar un formulario de registro online, recibieron las indicaciones para participar en la ruta. Este modo de inscripción se hizo con la idea de mantener un contacto estrecho con los participantes.

Destaca como novedad en este trabajo la organización que se llevó a cabo a través del Aula Digital. Mediante este entorno que proporciona

MathCityMap se pudieron dar indicaciones generales e interactuar con los participantes mientras se desarrollaba la actividad.

La sesión del Aula Digital se programó para las 16:00 del 27 de noviembre de 2020 con una duración de 1 hora y 30 minutos. Al ser una actividad que se desarrollaría de forma individual y desde el hogar, se consideró un tiempo oportuno para que la actividad no resultara pesada. Una vez los participantes accedieron al Aula Digital a través del código correspondiente, se monitoreó toda su actividad.

A través del chat del Aula Digital se programó un mensaje de bienvenida, otro de despedida y se dieron indicaciones generales a todo el grupo sobre el tiempo restante para la realización de la actividad. El chat también se utilizó para llevar a cabo una asistencia individual y ayudar a los usuarios en la resolución de las tareas que les causaban dificultades. En la ilustración 19 se muestra un ejemplo en el que un participante tiene dificultades para completar la tarea y se le suministra una serie de pistas particulares.

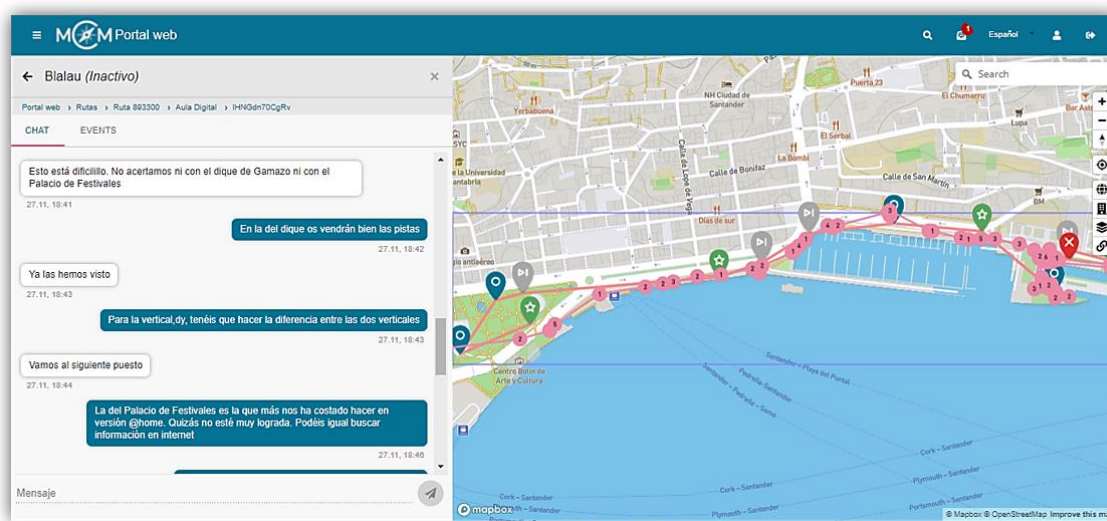


Ilustración 18: Captura del chat del Aula Digital. Indicaciones particulares a un usuario

A medida que transcurría la actividad, y tras finalizar la misma, en la pestaña de eventos se observó toda la interacción que mantuvieron los participantes de la ruta con la propia aplicación. Como ya se ha comentado, es difícil la interpretación de este volumen de datos a simple vista.

4.3 Datos obtenidos de la experiencia

Durante el desarrollo de la actividad y tras finalizar la misma se pueden visualizar una serie de datos dentro del Aula Digital. En la pestaña *participantes* se puede observar el progreso de la ruta de cada uno de los usuarios a partir de un código de colores que distingue el estado de las tareas:

- Blanco: el usuario no ha accedido a la tarea.
- Azul: el usuario ha accedido a la tarea.
- Verde: el usuario ha resuelto la tarea de manera perfecta.
- Naranja: el usuario ha resuelto la tarea bien.
- Rojo: el usuario ha fallado la tarea.
- Gris: el usuario se ha saltado la tarea.

Mediante la visualización del estado de las tareas de cada usuario y su puntuación se puede dar una primera interpretación de la adecuación del paseo al nivel de los participantes.

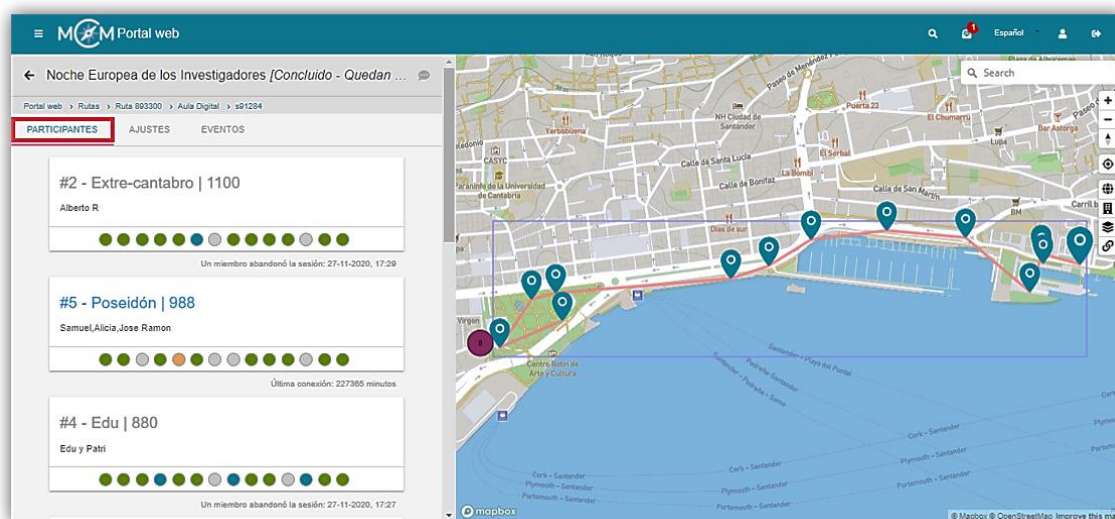


Ilustración 19: Captura de la pestaña de participantes del Aula Digital.

También dentro del Aula Digital, en la pestaña *eventos*, se puede observar la interacción que ha mantenido cada participante con la aplicación. Una vez finalizada la actividad, dentro de esta pestaña se registraron un total de 1197 eventos. Analizar este volumen de datos desde el propio Aula Digital resulta complicado.

Con el objetivo de trabajar con estos datos de manera más eficiente, tras contactar con el equipo de MathCityMap, suministraron un archivo CSV¹¹ con los 1197 eventos ordenados en filas y columnas. Además, enviaron otro archivo CSV con información de los participantes de la ruta. Ambos archivos se encuentran disponibles entre los contenidos del CD entregado junto a este documento.

A través de programación en Phyton¹² se ha llevado a cabo una lectura de los datos de forma que permite mostrar la información que se considera más relevante a la hora de determinar aspectos relativos a un buen o mal diseño de la actividad. En el Anexo II se muestra el código de programación realizado.

En primer lugar, se analizó tarea por tarea la actividad de cada usuario obteniendo los datos que se detallan a continuación:

- Tiempo: muestra el tiempo en segundos que permanece el usuario en la tarea.
- Completado: valor booleano (Verdadero/Falso) que indica si el usuario ha completado la tarea o no.
- No intentado: valor booleano (Verdadero/Falso) que indica si el usuario no ha intentado la tarea. Se considera que un usuario no ha intentado la tarea cuando no la ha completado y ha permanecido en ella menos de 5 minutos.
- No superado: valor booleano (True/False) que indica si el usuario no ha superado la tarea. Se considera que un usuario no ha superado la tarea cuando no la ha completado y ha permanecido en ella más de 5 minutos.
- Pistas: número de pistas que ha abierto el usuario en la tarea.
- Fallos: número de respuestas erróneas que ha introducido el usuario en la tarea.

¹¹ Un archivo CSV es un archivo de texto con un formato específico que permite guardar los datos en un formato de tabla estructurada. Más información en https://es.wikipedia.org/wiki/Valores_separados_por_comas

¹² Más información sobre Phyton en <https://www.python.org/about/>

Index	nombre	tiempo	completado	no_intentado	no_superado	pistas	titulo	fallos
7789	Ruteando	251	True	False	False	1	Caseta de Bombas	0
7786	Edu	238	True	False	False	1	Caseta de Bombas	2
7784	Extre-cantabro	163	True	False	False	0	Caseta de Bombas	0
7788	Erba	121	True	False	False	0	Caseta de Bombas	1
7787	Poseidón	101	True	False	False	0	Caseta de Bombas	0
7785	Los Juncos	90	True	False	False	0	Caseta de Bombas	0
7783	Blalau	80	True	False	False	0	Caseta de Bombas	0
7791	Umi zumi	nan	False	True	False	nan	nan	nan

Ilustración 20: Tabla elaborada con Phyton donde se muestra la información de cada usuario relativa a una tarea

Mediante el código de programación se obtuvo una tabla como la que se muestra en la ilustración 20 para cada una de las tareas.

A partir de estas tablas que recogen información individual de cada uno de los usuarios, se agruparon los datos relativos a cada tarea para poder analizarlos con la rúbrica propuesta en este trabajo (véase sección 2.3). De este modo se obtuvo la tabla que aparece en la siguiente página (véase ilustración 21), donde los datos que se muestran son los siguientes:

- Tiempo medio: promedio del tiempo que han pasado los usuarios en la tarea. No se tiene en cuenta a los usuarios que no han intentado la tarea.
- Completado: porcentaje de usuarios que han completado la tarea
- Tiempo medio Completado: promedio del tiempo que han empleado los usuarios que han completado la tarea.
- No superado: porcentaje de usuarios que no han superado la tarea.
- No intentado: porcentaje de usuarios que no han intentado la tarea.
- Pistas utilizadas: promedio de pistas utilizadas en la tarea. No se tiene en cuenta a los usuarios que no han intentado la tarea.
- Fallos: promedio de fallos cometidos en la tarea. No se tiene en cuenta a los usuarios que no han intentado la tarea.

Índice	Tarea	Tiempo medio (h:min:seg)	Completado	Categoría completado	Tiempo medio Completado (h:min:seg)	Categoría tiempo completado	No superado	Categoría No superado	No intentado	Categoría No intentado	Pistas utilizadas	Categoría pistas	Fallos	Categoría fallos
17810	Caseta de Bombas	0:02:29	87,50%	1	0:02:29	1	0,00%	1	12,50%	1	0,29	1	0,43	1
17811	Geometría en el Palacio de Festivales	0:01:16	87,50%	1	0:01:16	1	0,00%	1	12,50%	1	0,29	1	0,00	1
17812	La Noche Europea de los Investigadores I	0:06:15	62,50%	3	0:05:40	3	25,00%	2	12,50%	1	1,29	3	2,71	3
17813	Palacio de Festivales-Altura de la Torre	0:08:03	25,00%	4	0:03:20	2	62,50%	4	12,50%	1	1,43	3	2,14	3
17815	Tarea UCC+i I	0:02:46	62,50%	3	0:01:46	1	12,50%	1	25,00%	2	0,50	2	0,00	1
17816	Calle Castelar nº15	0:15:08	0,00%	4	0:00:00	4	75,00%	4	25,00%	2	2,50	4	4,50	4
17817	Embarcadero Puertochico	0:09:33	12,50%	4	0:10:02	4	75,00%	4	12,50%	1	2,71	4	2,29	3
17818	La Noche Europea de los Investigadores II	0:05:24	37,50%	4	0:05:08	3	37,50%	3	25,00%	2	1,17	3	0,50	1
17819	Monumento a Jose Hierro	0:04:08	100,00%	1	0:04:08	2	0,00%	1	0,00%	1	1,00	3	0,50	1
17820	Templete	0:06:38	62,50%	3	0:06:25	3	12,50%	1	25,00%	2	0,50	2	0,67	1
17821	UCC+i II	0:01:25	87,50%	1	0:01:25	1	0,00%	1	12,50%	1	0,14	1	0,57	1
17822	Escaleras Centro Botín	0:11:17	0,00%	4	0:00:00	4	37,50%	3	62,50%	4	2,00	4	3,00	3
17823	Plataforma giratoria	0:02:39	62,50%	3	0:01:43	1	12,50%	1	25,00%	2	0,67	2	0,00	1
18425	Dique de Gamazo-Rampa	0:06:26	75,00%	2	0:04:26	2	12,50%	1	12,50%	1	0,86	2	0,86	2

Ilustración 21: Datos agrupados por tarea

Tras obtener los datos mencionados (encabezado en azul) se clasificaron los mismos mediante las columnas cuyo título empieza por *Categoría* (encabezado en gris), las cuales evalúan la columna adyacente de su izquierda. La puntuación que se da en cada categoría y el código de colores corresponde a lo estipulado en la rúbrica que se propone en este trabajo y que se ha desarrollado en la sección 2.3 (véase ilustración 7).

5 ANÁLISIS DE LOS DATOS Y CONCLUSIONES

5.1 Análisis de los datos y propuesta de evaluación

A partir de la tabla que se muestra en la ilustración 21 se han obtenido diferentes interpretaciones de la idoneidad de cada una de las tareas. A continuación, se describen los resultados obtenidos de cada una de las tareas siguiendo un orden ascendente de la columna “Categoría completado”. Se describen en primer lugar las que corresponden a la categoría 1, después la categoría 2, 3 y 4 respectivamente.

- Tarea 17810, 17811, 17821: todo usuario que ha intentado la tarea la ha completado. No se han necesitado las pistas para resolver la tarea y el número de fallos es prácticamente nulo. El tiempo medio en completar la tarea es muy breve. **Con estos datos se puede concluir que la tarea ha resultado sencilla.**
- Tarea 17819: todos los usuarios han resuelto la tarea. Se han necesitado las pistas, aunque no se han cometido apenas fallos. El tiempo medio en completar la tarea no es demasiado breve. **Con estos datos se puede concluir que la tarea ha resultado adecuada.**
- Tarea 18425: casi todos los usuarios han completado la tarea. Se ha necesitado alguna pista y se han cometido algunos fallos antes de llegar a la respuesta correcta. El tiempo medio en completar la tarea no es demasiado breve. **Con estos datos se puede concluir que la tarea ha resultado adecuada.**
- Tarea 17812: hay un porcentaje significativo que no ha completado la tarea. De los usuarios que no han completado la tarea, la mayoría no ha conseguido superarla y una minoría no la ha intentado. Se han necesitado las pistas y el número de fallos es representativo. El tiempo medio en completar la tarea es adecuado. **Con estos datos se puede concluir que la tarea ha resultado difícil.**
- Tarea 17815, 17823: Hay un porcentaje significativo que no ha completado la tarea. De los usuarios que no han completado la tarea,

la mayoría no la ha intentado y hay una minoría que no ha conseguido superarla. Se ha necesitado alguna pista, aunque no se han cometido fallos. El tiempo medio en completar la tarea es muy breve. **Este es un caso de tarea que por norma general ha resultado sencilla pero no todos los usuarios la han completado.**

- Tarea 17820: hay un porcentaje significativo que no ha completado la tarea. De los usuarios que no han completado la tarea, la mayoría no la ha intentado y hay una minoría que no ha conseguido superarla. Se ha necesitado alguna pista, aunque no se han cometido apenas fallos. El tiempo medio en completar la tarea es adecuado. **Con estos datos se puede concluir que la tarea resulta adecuada.**
- Tarea 17813: hay un porcentaje muy elevado que no ha completado la tarea. De los usuarios que no han completado la tarea, la mayoría no ha conseguido superarla y una minoría no la ha intentado. Se han necesitado las pistas y el número de fallos es representativo. El tiempo medio en completar la tarea no es demasiado breve. **Con estos datos se puede concluir que la tarea resulta demasiado difícil.**
- Tarea 17816: ningún usuario ha completado la tarea. La mayoría no ha conseguido superarla y una minoría no la ha intentado. Se ha recurrido a todas las pistas y el número de fallos es muy elevado. **Con estos datos se puede concluir que la tarea resulta demasiado difícil.**
- Tarea 17817: hay un porcentaje muy elevado que no ha completado la tarea. De los usuarios que no han completado la tarea, la mayoría no ha conseguido superarla y una minoría no la ha intentado. Se ha recurrido a todas las pistas y el número de fallos es elevado. El tiempo medio en completar la tarea es elevado. **Con estos datos se puede concluir que la tarea resulta demasiado difícil.**
- Tarea 17818: hay un porcentaje muy elevado que no ha completado la tarea. De los usuarios que no han completado la tarea, aproximadamente la mitad no ha conseguido superarla y la otra mitad no la ha intentado. Se han necesitado las pistas, aunque el número de

fallos es prácticamente nulo. El tiempo medio en completar la tarea es adecuado. **Con estos datos se puede concluir que la tarea resulta demasiado difícil.**

- Tarea 17822: ningún usuario ha completado la tarea. La mayoría no la ha intentado y una minoría no ha conseguido superarla. Se ha recurrido a todas las pistas y el número de fallos es elevado. **Con estos datos se puede concluir que la tarea resulta demasiado difícil.**

En la sección 2.3 de este mismo documento se hace una propuesta de evaluación para interpretar la rúbrica. Tras cotejar esas valoraciones mediante una experiencia concreta, se proponen los siguientes criterios de evaluación más detallados:

Aquellas tareas que adquieren en todos los apartados la categoría 1 pueden considerarse muy sencillas.

Aquellas tareas que adquieren en los apartados “Completado”, “No superado” y “No intentado” la categoría 1 o 2 y en el resto de los apartados una categoría superior a 1, pueden considerarse tareas adecuadas.

Aquellas tareas que adquieren en el apartado “No superado” la categoría 4 quiere decir que la mayoría de los usuarios ha intentado resolver la tarea y no lo ha conseguido. Por lo tanto, la tarea resulta demasiado difícil o quizás haya un error en el planteamiento. En todo caso habría que revisar estas tareas.

Aquellas tareas que adquieren en el apartado “No intentado” la categoría 4 quiere decir que la mayoría de los usuarios no ha intentado resolver la tarea. Esto puede deberse a diversos factores. Puede que sea la última tarea de la ruta y no haya dado tiempo a llegar a ella. También puede ocurrir que la tarea resulte demasiado difícil a primera vista y el usuario opte por saltarla o quizás la tarea despierta poco interés. En todo caso habría que revisar la duración total de la ruta y la tarea en concreto.

Como comentarios finales, se puede observar que existen matices dentro de cada tarea. La rúbrica que se propone en este trabajo permite identificar los aspectos que se han considerado más importantes a la hora de determinar un

buen o mal diseño de la actividad. Los porcentajes que determinan las 4 categorías de los aspectos que se evalúan en la rúbrica se han establecido previo al desarrollo de la actividad. Para implementar esta rúbrica en cualquier ruta matemática sería conveniente llevar a cabo varias experiencias de este tipo y ajustar los porcentajes. Un factor que sería conveniente tener en cuenta para establecer dichos porcentajes es el número de participantes.

Hay que tener presente que la ruta que se evalúa en este trabajo es una actividad de divulgación en la que participa un público heterogéneo y de diferentes niveles académicos. Por ello, algunos participantes han resuelto ciertas tareas en poco tiempo mientras que otros no han podido superarla. En el caso de aplicar esta rúbrica a rutas escolares, se esperan resultados más homogéneos ya que todos los participantes parten de un nivel académico similar.

En cuanto al ámbito escolar, sería interesante utilizar esta información para diseñar estrategias de aprendizaje que permitan asentar los contenidos que se trabajan en la ruta. De este modo, tras identificar las tareas que han resultado más difíciles se podrán trabajar los contenidos que subyacen a dicha tarea en el aula. Además, si algún alumno ha completado una tarea que por norma general ha resultado difícil, puede ser este el que explique al resto de los compañeros como llevó a cabo su resolución, fomentando de este modo el aprendizaje entre iguales.

5.2 Conclusiones

La realización de este trabajo ha servido para introducirme en las rutas matemáticas y observar cómo a través de esta actividad pueden plantearse problemas matemáticos que despiertan la curiosidad del alumnado. Por otro lado, el estudio de la herramienta MathCityMap ha permitido familiarizarme con la aplicación y adquirir habilidades suficientes para diseñar rutas matemáticas utilizando una componente tecnológica.

Este trabajo también me ha permitido reflexionar sobre el significado que se le confiere a la idea de innovación educativa. Cuando se habla de innovación educativa se suele enfocar a hacer más atractivo el proceso de enseñanza aprendizaje. Esto se persigue mediante experiencias motivadoras para el alumnado que suelen traducirse en unidades didácticas que se trabajan mediante enfoques poco convencionales, a poder ser con una componente lúdica. Todo, para presentar el aprendizaje como un juego. No estoy en contra de hacer más atractivo el proceso de aprendizaje, pero opino que no es el único camino que debe tomar la innovación educativa. Llevar a cabo estas experiencias sin una evaluación de la propia actividad no me parece lo más sensato. Puede que el alumno se divierta realizando la actividad, pero quizás no aprenda nada. O quizás los tiempos estipulados al diseñar la actividad no se ajustan en la práctica. Innovación también supone evaluar la propia práctica docente. Este trabajo busca justamente eso, diseñar una herramienta que permita analizar de forma automática una experiencia didáctica. En este trabajo se ha utilizado para evaluar una actividad divulgativa, pero el objetivo es implementarlo en el portal web de MathCityMap para evaluar cualquier tipo de ruta.

Mediante este enfoque la ruta matemática pasa de ser una actividad aislada a un objeto de estudio. Se convierte de este modo en un objeto didáctico que rompe con el punto de vista precientífico de la didáctica de las matemáticas en el que se considera la enseñanza de esta ciencia como un arte difícilmente susceptible de ser analizado, controlado y sometido a reglas (Gascón, 1998). Por el contrario, más acorde con la actual ciencia de la didáctica de las matemáticas, en este trabajo se proponen criterios que permiten evaluar el proceso de enseñanza aprendizaje.

Por último, merece la pena destacar la componente tecnológica que se utiliza en este trabajo. Son innegables los avances tecnológicos y la evolución que la sociedad ha manifestado en los últimos años. En Educación los avances tecnológicos suelen traducirse en muchas ocasiones en un simple medio para mostrar lo que se venía haciendo tiempo atrás, pero a través de una pantalla, proyector u otro tipo de dispositivo. Este trabajo persigue mostrar el potencial

de la tecnología en el ámbito educativo cuando se utiliza como algo más que un instrumento. En este caso se muestra el papel motivacional que supone el uso de la tecnología para el alumnado, la asistencia que proporciona al profesorado tanto a la hora de consultar recursos como a la hora de crear contenido, y la oportunidad de analizar una actividad de aprendizaje digital de forma automática.

Tras estas conclusiones y tras revisar los objetivos establecidos al inicio del documento, hay que comentar que las posibilidades didácticas del Aula Digital de MathCityMap quedan recogidas de forma teórica en la sección 3.3 y se materializan en una experiencia concreta en el capítulo 4. Del mismo modo, en el capítulo 4, se muestra la ruta matemática llevada a cabo de forma online mediante la iniciativa MCM@Home. Tras la realización de la ruta matemática, en el capítulo 5, se muestra el análisis del volumen de datos del Aula Digital con la ayuda de la rúbrica propuesta en la sección 2.3.

Se puede concluir, por lo tanto, que se han resuelto todos los objetivos propuestos en el capítulo 1 de este trabajo

6 BIBLIOGRAFÍA

- Barbosa, A., y Vale, I. (2020). Math Trails through Digital Technology: An Experience with Pre-Service Teachers. En M. Ludwig, S. Jablonski, A. Caldeira, & A. Moura (Eds.), *Research on Outdoor STEM Education in the digiTal Age. Proceedings of the ROSETA Online Conference in June 2020. Conference Proceedings in Mathematics Education (6). Münster, Alemania* (pp. 47-54). <https://doi.org/10.37626/GA9783959871440.0.06>
- Baumann, M., Gurjanow, I., Milicic, G., y Ludwig, M. (2020). Analysis of Student-Teacher Chat Communication during Outdoor Learning within the MCM Digital Classroom. En M. Ludwig, S. Jablonski, A. Caldeira, & A. Moura (Eds.), *Research on Outdoor STEM Education in the digiTal Age. Proceedings of the ROSETA Online Conference in June 2020. Conference Proceedings in Mathematics Education (6). Münster, Alemania* (pp. 63-70). <https://doi.org/10.37626/GA9783959871440.0.08>
- Blanco Nieto, L. J., y Blanco Otano, B. (2020). Mirar la ciudad con ojos matemáticos. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 87, 7-13.
- Blane, D. (1989). Mathematics trails. *En ICMI conference on The Popularization of Mathematics, Leeds, UK, September, 1989.*
- Blane, D., y Clarke, D. (1984). *A Mathematics Trail Around the City of Melbourne*. Monash Mathematics Education Centre, Monash University.
- Crompton, H. (2020). Contextualizing STEM Learning: Frameworks & Strategies. En M. Ludwig, S. Jablonski, A. Caldeira, & A. Moura (Eds.), *Research on Outdoor STEM Education in the digiTal Age. Proceedings of the ROSETA Online Conference in June 2020. Conference Proceedings in Mathematics Education (6). Münster, Alemania* (pp. 13-22). <https://doi.org/10.37626/GA9783959871440.0.02>
- Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. (2018). *Seminario federal: Paseos matemáticos. Conclusiones.* <https://fespm.es/index.php/2018/12/06/conclusiones-sobre-el-seminario-de-paseos-matematicos/>

- Fernández, M. (2020). *Un paseo matemático desde el confinamiento. Trabajo de Fin de Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria*. Universidad de Cantabria.
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Revista RDM: Recherches en didactique des mathématiques*, 18/1(52), 7-33.
- Gurjanow, I., Ludwig, M., y Zender, J. (2017). What influences in-service and student teachers use of MathCityMap? En T. Dooley & G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10). February 1-5, 2017. Dublin, Ireland*.
- Jesberg, J., y Ludwig, M. (2012). Mathcitymap - make mathematical experiences in out-of-school activities using mobile technology. En M. Borba & H. Weigand (Eds.), *Analysis of Uses of Technology in the Learning of Mathematics. The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education (ICME-12) Intellectual and Attitudinal Challenges. July 8-15, 2012. Seoul, Korea*. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_44
- Math Trails in School, Curriculum and Educational Environments of Europe*. (s. f.). Recuperado 5 de febrero de 2021, de <http://masce.eu/>
- MathCityMap*. (s. f.). Recuperado 5 de febrero de 2021, de <https://mathcitymap.eu/es/>
- Ministerio de Educación y Formación Profesional. (2019). *PISA 2018. Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. Informe español*. https://sede.educacion.gob.es/publiventa/descarga.action?f_codigo_agc=20372
- Mobile Math Trails in Europe*. (s. f.). Recuperado 20 de marzo de 2021, de <http://momatre.eu/>
- Muller, E. (1993). *Niagara Falls Math Trail*. <https://mathperceptionproject.ca/math-trails/>
- Noche Europea de los Investigadores e Investigadoras*. (s. f.). Recuperado 12

de febrero de 2021, de <https://nocheinvestigag9.es/>

- Payo, S. (2020). *Paseos matemáticos para educación infantil. Trabajo de Fin de Grado de Maestro en Educación Infantil*. Universidad de Cantabria: Recuperado de UCREA: <https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/19678>.
- Ramellini, G., y Martín Casadelrey, F. (2004). Ideas de ematemática castelnuovo. *Monografía n.1, SUMA*.
- Rico, L. (2007). La Competencia Matemática en PISA. *PNA - Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 1(2), 47-66.
- Ricoy, M. C., y Couto, M. J. (2018). Desmotivación del alumnado de secundaria en la materia de matemáticas. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 20(3), 69-79.
- Ruiz, M. I. (2019). *Una Semana de Paseos Matemáticos y su Aprovechamiento Didáctico. Trabajo de Fin de Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria*. Universidad de Cantabria. Recuperado de UCREA: <https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/16791>.
- Shoaf, M. M., Pollak, H., y Schneider, J. (2004). *Math Trails*. The Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP).
- Susinos, T., Calvo, A., y Rojas, S. (2014). Dar voz al alumnado para mejorar la enseñanza y el aprendizaje. En *El fracaso escolar y la mejora de la escuela* (pp. 131-147). Síntesis.
- Tolmos, P., Cid, A., Guede, R., y Sotto, A. (2020). Training pre-service teachers in real life STEM education. *The 25th Asian Technology Conference in Mathematics (ATCM 2020). December 14-16, 2020. Virtual Format*.
- Vilas, D. (2019). *Un Paseo Matemático por el Centro Escolar. Trabajo de Fin de Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria*. Universidad de Cantabria. Recuperado de UCREA: <https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/16800>.

NORMATIVA LEGAL

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial del Estado. Madrid, 3 de enero de 2015, núm. 3, (pp. 169-546).

ANEXO I – Ruta Matemática



Noche Europea de los Investigadores-Noviembre 2020 - Una posible solución

Code: 893300

CLAUDIA LÁZARO DEL POZO, JOSÉ CARLOS BLANCO, JOSÉ CARLOS
BLANCO REAL, JOSE CARLOS BLANCO REAL



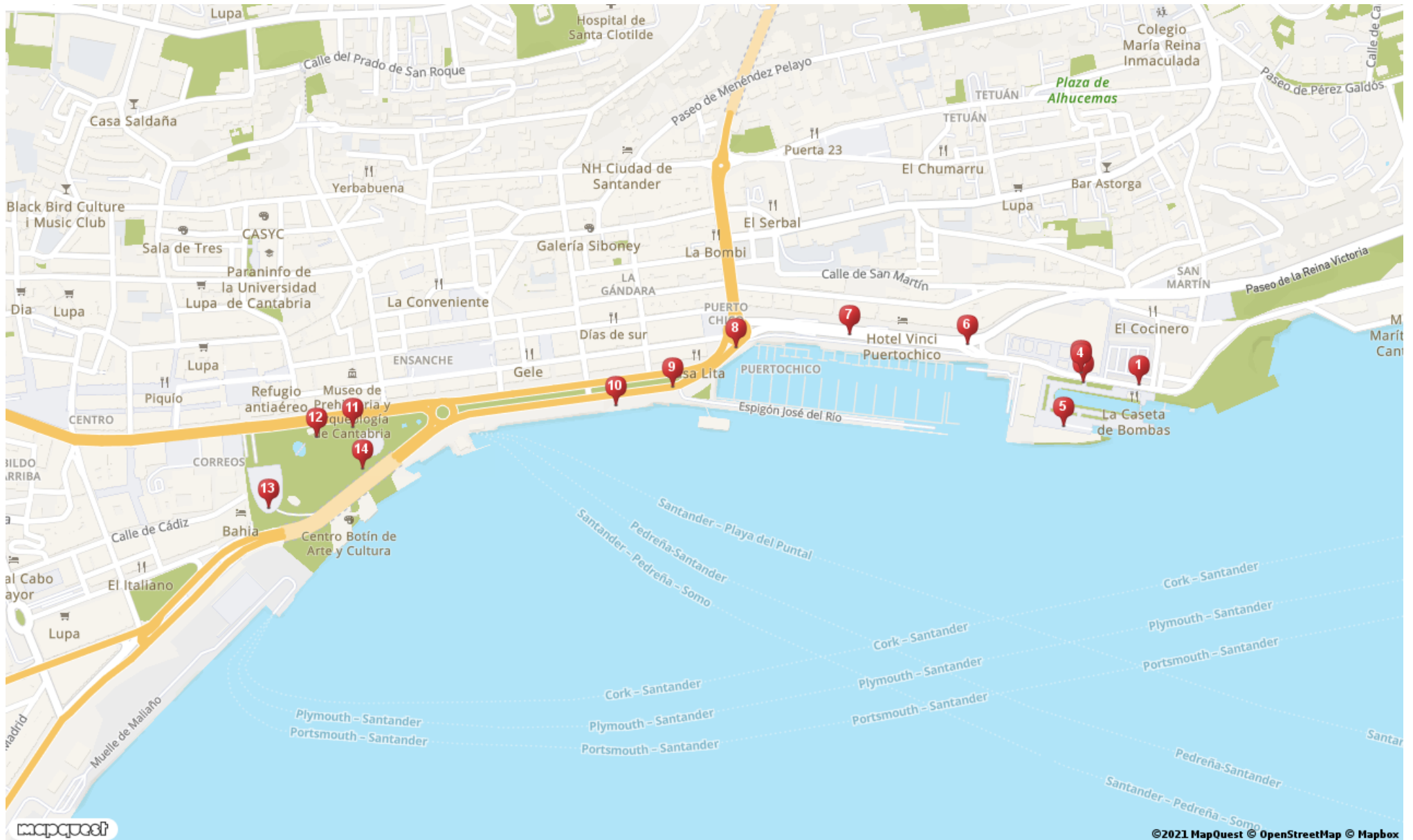
27.11.20



Información sobre esta ruta

Número de tareas.:	14
Duración aproximada:	~ 03 h 10 min
Longitud:	~ 1.8 km
Recomendado por la clase:	10
Herramientas recomendadas:	<ul style="list-style-type: none">• Calculadora• Cinta métrica• Nivel• Regla plegable
Etiquetas:	Geometría, Polígono, Divulgación Científica, Rutas Matemáticas, Medida, Número, Unidades, Proporción, Divulgación científica, Rutas matemáticas, Rectángulo, Área, combinatoria, número, geometría, ortoedro, volumen, peso, unidades, hexágono, área, sistemática, Fibonacci, círculo, función, pendiente, porcentaje

Ruta MathCityMap@home creada para celebrar la Noche Europea de los Investigadores del 27 de noviembre de 2020. Actividad organizada por la Unidad de Cultura Científica y de la Innovación (UCC+i) de la Universidad de Cantabria.



1. Tarea: Caseta de Bombas



Definición de la tarea

Al lado del Dique de Gamazo se encuentra la Casa de Bombas de Achique que se construyó, como el Dique, en 1908.

¿Qué polígonos aparecen en la filigrana de las paredes de la Casa de Bombas de Achique y qué tipo de arcos podemos ver en las ventanas de la fachada?

- A) ☐ rombos y arcos ojivales
- B) ☐ romboides y arcos de medio punto
- C) ☐ rombos y arcos de medio punto
- D) ☐ romboides y arcos ojivales

Respuesta:

- ☐ rombos y arcos ojivales
- ☐ romboides y arcos de medio punto
- ☒ rombos y arcos de medio punto
- ☐ romboides y arcos ojivales

Una posible solución:



Pista 1

Busca por internet alguna imagen de la Caseta de Bombas. ¿Cómo son los lados de los polígonos?

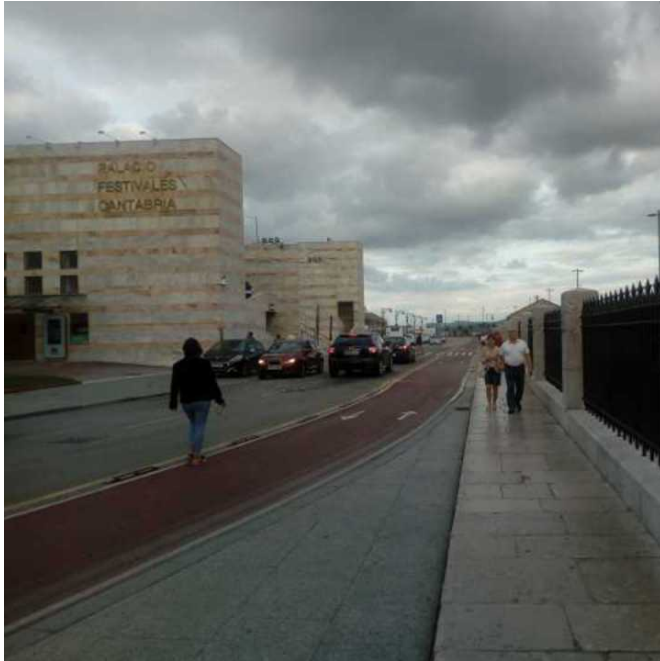


Pista 2

¿Qué forma tienen los arcos de las ventanas?

Pista 3

2. Tarea: Geometría en el Palacio de Festivales



Definición de la tarea

El Palacio de Festivales es uno de los edificios más emblemáticos de la ciudad de Santander. Se construyó en 1991 y es obra del arquitecto Sáenz de Oíza. En él se hacen representaciones teatrales, conciertos, ballet, ópera, etc.

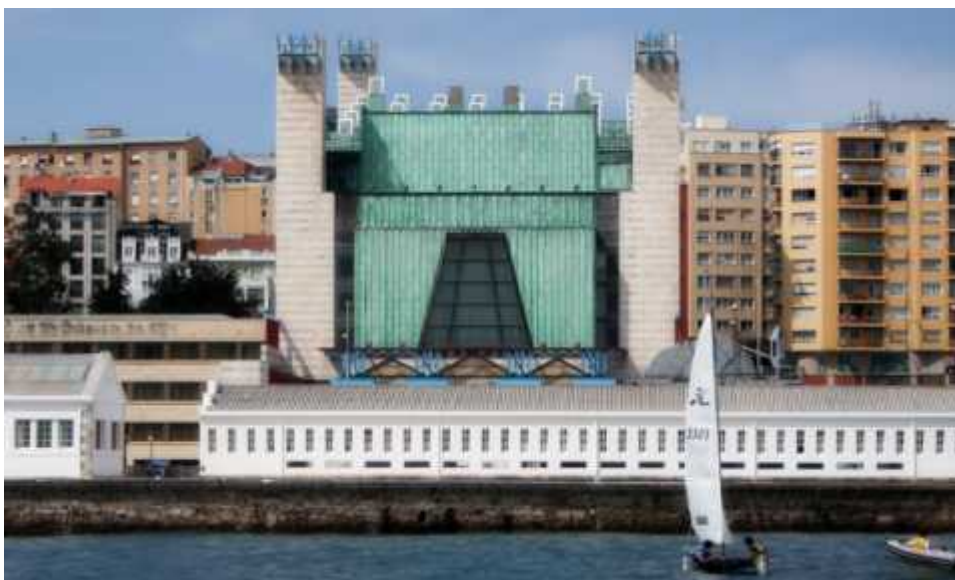
¿Cuál es el nombre de la figura geométrica de la ventana de la fachada principal?

- A) ☐ triángulo
- B) ☐ trapecio
- C) ☐ rectángulo
- D) ☐ rombo

Respuesta:

- ☐ triángulo
- ☒ trapecio
- ☐ rectángulo
- ☐ rombo

Una posible solución:





Pista 1

Busca por internet alguna imagen de la ventana de la fachada principal del Palacio de Festivales. ¿Cuántos lados tiene?

Pista 2

¿Tiene ángulos rectos?

Pista 3

¿Tiene lados paralelos?

3. Tarea: La Noche Europea de los Investigadores I



Definición de la tarea

La Universidad de Cantabria celebra el viernes 27 de noviembre diversas actividades on-line para conmemorar la Noche Europea de los Investigadores e Investigadoras 2020, para acercar la ciencia al ciudadano. La pandemia ha obligado a las instituciones participantes a trasladar las fechas de septiembre a noviembre y a adaptar los formatos a versiones virtuales, dejando de lado los tradicionales eventos que congregaban a miles de personas, en el caso de Santander en la Plaza Porticada.

¿En cuántas ciudades de Europa se celebra la Noche de los Investigadores en esta edición?

Respuesta:

400

Una posible solución:

La octava edición de la Noche Europea de los Investigadores e Investigadoras tendrá lugar este año el 27 de noviembre con el objetivo de dar a conocer los proyectos científicos actuales, poner cara a quienes trabajan en ellos y ¡disfrutar con la ciencia! Se desarrollará simultáneamente en 400 ciudades de 29 países.

<https://web.unican.es/unidades/cultura-cientifica/actividades/la-noche-de-los-investigadores>

Pista 1

Busca información en internet.

Pista 2

Busca en la sección de la Unidad de Cultura Científica y de la Innovación de la web de la Universidad de Cantabria.

Pista 3

4. Tarea: Palacio de Festivales-Altura de la Torre



Definición de la tarea

Seguro que desde lo alto de la Torre del Palacio de Festivales las vistas son espectaculares.
¿A qué altura se eleva la Torre señalada en la imagen? Se puede usar como patrón la longitud de la altura de la piedra rosa y blanca, que mide 91 cm. Da el resultado en metros.

Respuesta:



Una posible solución:

Se puede usar como patrón la longitud de la altura de la piedra rosa y blanca, que mide 91 cm y que se repite 48 veces. Además, la piedra blanca inferior mide 84 cm. Por tanto, la altura pedida es $48 \cdot 91 + 84 = 4452 \text{ cm} = 44,52 \text{ m}$

Pista 1

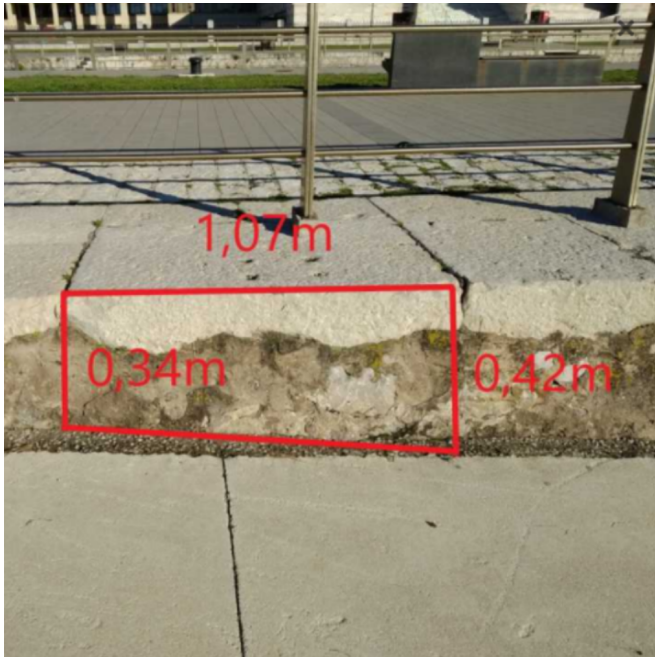
Utiliza el patrón de la longitud de las piedras rosa y blanca.

Pista 2

Puedes ayudarte de Geogebra para establecer una proporción entre el patrón dado y la altura que se pide.

Pista 3

5. Tarea: Dique de Gamazo-Rampa



Definición de la tarea

El Dique de Gamazo, realizado en 1908, se utilizó en su origen para construir y reparar embarcaciones. Esta obra supuso un gran reto para la ingeniería de la época.

Entre el Dique y la Duna de Zaera hay una rampa que accede a la Bahía. Determina la pendiente de la rampa. ¡Da el resultado en porcentaje!

Respuesta:



Una posible solución:

Se determinaron los siguientes datos para el triángulo de la pendiente:

$$dx = 1.07m$$

$$dy = 0.08m$$

$$m = 0.08 : 1.07 = 0.075$$

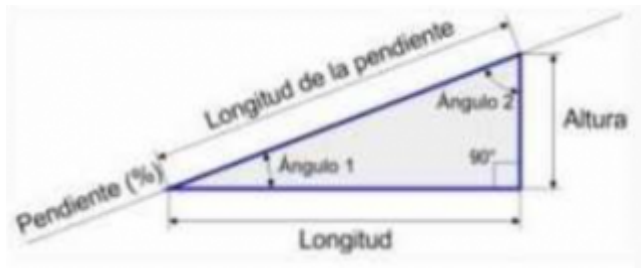
Pista 1

La pendiente m se define como la diferencia de altura dividida por la diferencia de longitud (horizontal)

$$m = dy / dx$$



Pista 2



Pista 3

El resultado debe indicarse en porcentaje. Por ejemplo, $m=0,8$ es igual al 80 por ciento.

6. Tarea: Tarea: UCC+i I



Definición de la tarea

La Unidad de Cultura Científica y de la Innovación (UCC+i) de la Universidad de Cantabria, creada en 2015, trata de potenciar la comunicación y divulgación de las investigaciones de la propia universidad.

Cuenta con el apoyo de la Fundación Española de la Ciencia y la Tecnología (FECYT), dependiente del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades. Así, la UC forma parte, como miembro acreditado por la FECYT, de la Red de Unidades de Cultura Científica y de la Innovación (Red UCC+i). Ello implica el reconocimiento y el apoyo por parte tanto de la FECYT como de la Red UCC+i a la intensa labor de divulgación y comunicación de la ciencia que se lleva a cabo desde la Universidad de Cantabria.

¿De qué Vicerrectorado de la UC depende La Unidad de Cultura Científica y de la Innovación?

- A) ☐ Vicerrectorado de Ordenación Académica y Profesorado
- B) ☐ Vicerrectorado de Doctorado y Relaciones Institucionales
- C) ☐ Vicerrectorado de Investigación y Transferencia del Conocimiento de la Universidad de Cantabria
- D) ☐ Vicerrectorado de Internacionalización y Cooperación

Respuesta:

- ☐ Vicerrectorado de Ordenación Académica y Profesorado
- ☐ Vicerrectorado de Doctorado y Relaciones Institucionales
- ☒ Vicerrectorado de Investigación y Transferencia del Conocimiento de la Universidad de Cantabria
- ☐ Vicerrectorado de Internacionalización y Cooperación

Una posible solución:

<https://web.unican.es/unidades/cultura-cientifica/>

Pista 1

Busca la información en la web de la Universidad de Cantabria.

Autor: CLAUDIA LÁZARO DEL POZO

PDF generado por mathcitymap.eu, Grupo de trabajo MATIS I, Goethe-University Frankfurt



Pista 2

<https://web.unican.es/>

Pista 3

7. Tarea: Calle Castelar nº15



Definición de la tarea

Lo más llamativo en la manzana de nº 15 de la calle Castelar es la simetría de su fachada y los miradores cilíndricos de sus esquinas. Estos miradores tienen unas cúpulas bulbosas y en el tejado hay dos filas de buhardillas. Las longitudes de los lados de la puerta del portal están en la proporción 2:1. La aldaba de la puerta, señalada en negro en la imagen, mide 24 cm de largo. ¿Qué área tiene la puerta del portal en m²?

Respuesta:



Una posible solución:

Como se indica en el enunciado de la tarea que el portal tiene proporción 2, así, solo es necesario medir una de las dimensiones de la puerta (la anchura), ya que la otra (la altura) mide el doble.

Pista 1

¿Qué forma tiene la puerta del portal?

Pista 2

Recuerda que tiene proporción 2, por lo que la altura es el doble de la anchura.

Pista 3

Puedes ayudarte de Geogebra para establecer una proporción con la longitud de la aldaba y la altura de la puerta.

8. Tarea: Embarcadero Puertochico



Definición de la tarea

Nueve embarcaciones van a atracar en el primer pantalán del embarcadero de Puerto Chico, que se supone está sin ninguna embarcación en este momento. Cada embarcación se puede atracar "hacia delante" o "hacia atrás". ¿Cuántas posibilidades existen para atracar las 9 embarcaciones si hay espacio para 13 embarcaciones?

Respuesta:

132843110400

Una posible solución:

La primera calle del embarcadero tiene espacio para 13 embarcaciones y, como pueden aparcarse hacia delante y hacia atrás, hay $2 \cdot 13 = 26$ posibilidades para la primera embarcación, $2 \cdot 12 = 24$ posibilidades para la segunda embarcación, $2 \cdot 11 = 22$ posibilidades para la tercera embarcación, etc.

Estas posibilidades deben multiplicarse. Esto conduce al siguiente cálculo:

$$26 \cdot 24 \cdot 22 \cdot 20 \cdot 18 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 12 \cdot 10 = 132843110400$$

Pista 1

¿Cuántas posibilidades existen para la primera embarcación?

Pista 2

¿Cuántas posibilidades existen para la segunda embarcación?

Pista 3

Tratar de averiguar cómo se puede determinar el número de posibilidades para más de dos embarcaciones.

9. Tarea: La Noche Europea de los Investigadores II



Definición de la tarea

La app MathCityMap utilizada para elaborar esta ruta es la herramienta principal de los proyectos Europeo Erasmus + MoMaTrE y MaSCEEE, ambos coordinados por la Universidad Goethe de Frankfurt y en los que forma parte del consorcio la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM). ¿Cuántas instituciones participan en el consorcio del proyecto MaSCEEE?

Respuesta:

8

Una posible solución:

El consorcio de MaSCEEE (Math Trail in School, Curriculum and Educational Environments of Europe) está compuesto por 8 socios de 6 países diferentes (Alemania, Francia, Portugal, Italia, Estonia y España).
<http://www.masce.eu>

Pista 1

Busca información en internet.

Pista 2

<http://masce.eu>

Pista 3

10. Tarea: Monumento a José Hierro



Definición de la tarea

Pasamos por delante del Club Marítimo y observamos un monumento en el que siete láminas de hierro paralelas y de forma casi cuadrangular se enmarcan en un ortoedro que se puede aproximar a un cubo de unos 2 m de arista. Se trata del monumento a José Hierro y representa la cara del poeta.

¿Cuánto pesaría este cubo si estuviese completamente lleno de láminas compactas de hierro?

1m³ de acero pesa 7874kg. Indicar el resultado en toneladas.

Respuesta:



Una posible solución:

Datos de la medición:

Longitud $\approx 2\text{m}$

Profundidad $\approx 2\text{m}$

Altura $\approx 2\text{m}$

En primer lugar, los datos pueden medirse en m para determinar el volumen:

$$2\text{m} \cdot 2\text{m} \cdot 2\text{m} \approx 8\text{m}^3$$

A continuación se puede convertir el resultado en kilogramos multiplicando por la densidad del hierro:

$$8\text{m}^3 \cdot 7874\text{kg/m}^3 \approx 63000\text{kg}$$

Finalmente, se convierten los kilogramos a toneladas:

$$63000\text{kg} \div 1000 = 63\text{t}$$

Pista 1

Recuerda que se trata de un cubo.

**Pista 2**

Determina su volumen.

Pista 3

Para calcular el peso más fácilmente, puedes anotar sus medidas en m.

11. Tarea: Templete



Definición de la tarea

¿Cuántas personas cabrán en el templete si estimamos unas 3 personas por m^2 de superficie? Considera que la base del templete tiene de lado 3.8 m y como apotema 4.62 m

Respuesta:



Una posible solución:

La planta del templete se puede aproximar a un octógono regular.

Dato de la medición:

Longitud de un lado: $L \approx 3.8$ m

Longitud apotema: $a \approx 4.62$ m

El área de un polígono regular = $(\text{perímetro} \cdot a)/2$, es decir, $70,22 \text{ m}^2$ aproximadamente. Si estimamos unas 3 personas por m^2 , unas 211 personas entrarían en el templete.

Pista 1

¿A qué forma se corresponde la planta del templete?

Pista 2

Mide un lado y la apotema del octógono.

Pista 3

La fórmula del área de un polígono regular es $(\text{perímetro} \cdot \text{apotema})/2$

12. Tarea: Escaleras Centro Botín



Definición de la tarea

¿Cuántas posibilidades existen para subir los 15 escalones del primer tramo de peldaños de la escalera principal del Centro Botín (hasta el primer descansillo) si se pueden subir los escalones de uno en uno o de dos en dos? Las secuencias de subida de escalones pueden combinarse.

Respuesta:

987

Una posible solución:

El tramo de peldaños de esta tarea comprende 15 escalones.

Una de las posibles opciones de resolver este problema es anotar las diferentes maneras de subir la escalera de forma sistemática. Otra posibilidad es usar la serie de Fibonacci. Según esta opción, los casos viables para subir una escalera de n escalones coinciden con los de subir una escalera con $(n-1) + (n-2)$ escalones.

La serie sería: (1) 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 Siendo la solución 987 posibilidades.

Pista 1

Anotar las opciones que encuentras para subir las escaleras. Además, intentar combinar diferentes medidas (1 ó 2 peldaños).

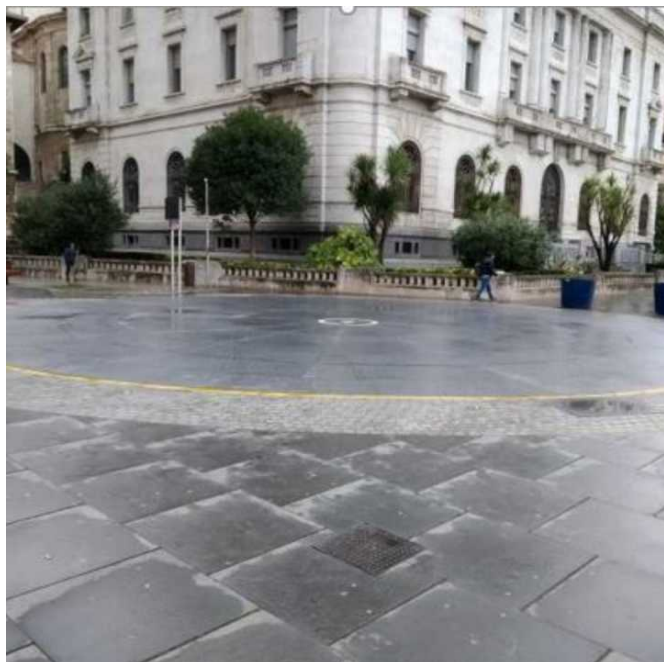
Pista 2

Anotar todas las combinaciones de forma sistemática.

Pista 3

Notación sistemática para 4 escalones: 1-1-1-1, 1-1-2, 1-2-1, 2-1-1, 2-2

13. Tarea: Plataforma giratoria



Definición de la tarea

¿Cuál es el área de la plataforma giratoria en m^2 si la longitud de la circunferencia que le rodea es de unos 47 m?

Respuesta:



Una posible solución:

La plataforma se puede aproximar a un círculo.

Longitud del radio = Longitud de la circunferencia/ $2\pi \approx 7.5$ m

Cambiamos de unidades:

7.5 m = 750 cm

Cálculo del área en cm^2 :

Área = $\pi \cdot 750^2 \approx 1767145 \text{ cm}^2 \approx 177 \text{ m}^2$

Pista 1

¿A qué forma se parece la plataforma?

Pista 2

Se puede usar un círculo para aproximar la plataforma. Obtén su radio a partir de la longitud de la circunferencia.



Pista 3

Área círculo= $\pi \cdot r^2$

14. Tarea: UCC+i II



Definición de la tarea

La Unidad de Cultura Científica y de la Innovación (UCC+i) de la Universidad de Cantabria: IMPULSA la divulgación de la investigación. FOMENTA el interés por la ciencia de la ciudadanía. ¿Cuál de las siguientes actividades organizada por la UCC+i de la UC ha tenido lugar del 9 al 26 de noviembre de 2020?

- A) ☐ Ciencia en marcha
- B) ☐ Concurso Ciencia con Arte
- C) ☐ Pint of Science
- D) ☐ Semana de la ciencia

Respuesta:

- ☐ Ciencia en marcha
- ☐ Concurso Ciencia con Arte
- ☐ Pint of Science
- ☒ Semana de la ciencia

Una posible solución:

Semana de la Ciencia

Pista 1

Busca información en internet.

Pista 2

Busca información en la web de la Universidad de Cantabria

Pista 3

ANEXO II – Código de Programación

```
# -*- coding: utf-8 -*-
```

```
"""
```

```
Created on Tue Feb 16 21:05:29 2021
```

```
@author: Marcos San Miguel Gui  rrez
```

```
"""
```

```
import pandas as pd
```

```
def toseconds(date):
```

```
    return(date.minute*60+date.second + date.hour*60*60)
```

```
nombres = pd.read_csv('mcm_session_users.csv',sep = ',')
```

```
nombres.index = nombres.id
```

```
df = pd.read_csv('mcm_events.csv',sep = ',')
```

```
df = df.drop(['lat','lon','updated_at'],1) #clean columns
```

```
df.created_at = pd.to_datetime(df.created_at)
```

```
for d in range(len(df.created_at)):
```

```
    df.created_at[d]= toseconds(df.created_at[d])
```

```
dataframe = {}
```

```
for d in list(set(df.task_id))[1:]:
```

```
    dataframe[d] = pd.DataFrame(columns=['nombre','tiempo','completado','no_intentado','no_superado','pistas','titulo','fallos'], index  
=list(set(df.session_user_id)))
```

```
for userid in set(df.session_user_id):
```

```
    df_user = df[df.session_user_id == userid] #select user
```

```
    df.head()
```

```
    df_task = df_user[df_user.task_id != 0]
```

```
    task = {}
```

```
    c = 0
```

```
    for i in set(df_task.task_id): #for each task
```

```
        task[i] = {} #initialize task dictionary
```

```
        task[i]['contador'] = 0
```

```
        task[i]['completado'] = False
```

```
        task[i]['id'] = i
```

```
        task[i]['time_start'] = 0
```

```
        task[i]['time_end'] = 0
```

```
        task[i]['time_restarts'] + str(task[i]['contador'])] = 0
```

```
        task[i]['time_pause'] + str(task[i]['contador']) ] = 0
```

```
        task[i]['pistas'] = 0
```

```
        task[i]['titulo'] = 'titulo'
```

```
        task[i]['fallos'] = 0
```

```
id = -1
```

```
#Leer Excel con Datos de Las rutas
```

```
for i in df_task.index: #for each task
```

```
    if (df_task.title[i] == 'event_task_opened'): #si se abre el evento
```

```
        task[df_task.task_id.loc[i]]['titulo'] = df_task.details.loc[i].replace('{','').replace('}','').replace('title','').replace(':',').replace(' ','')
```

```
    if (task[df_task.task_id.loc[i]]['time_start'] == 0): #if never started read it
```

```
        task[df_task.task_id.loc[i]]['time_start'] = df_task.created_at.loc[i]
```

```
    if (df_task.task_id.loc[i] != id and id != (-1) and task[id]['time_end'] == 0): #si el id es distinto al anterior y la tarea no est   acabada se  
pausa y se a  ade contador
```

```
        task[id]['time_pause'+ str(task[id]['contador'])] = df_task.created_at.loc[i]
```

```
        task[id]['contador'] += 1
```

```
    id = df_task.task_id.loc[i] #se cambia el id
```

```
    elif (task[df_task.task_id.loc[i]]['time_start'] != 0 and df_task.task_id.loc[i] != id): #si el evento ya habia empezado y el id es distinto
```

```
        task[df_task.task_id.loc[i]]['time_restarts' + str(task[df_task.task_id.loc[i]]['contador']-1)] = df_task.created_at.loc[i] #se lee el restart
```

```
    if task[id]['time_end'] == 0: #si no ha acabado, se pausa el anterior
```

```
        task[id]['time_pause'+ str(task[id]['contador'])] = df_task.created_at.loc[i]
```

```
        task[id]['contador'] += 1
```

```
    id = df_task.task_id.loc[i]
```

```
    elif df_task.title.loc[i] == ('event_task_completed' or 'event_task_failed'): #if reads completed, read end time
```

```
        task[df_task.task_id.loc[i]]['time_end'] = df_task.created_at.loc[i]
```

```
        if df_task.title.loc[i] == 'event_task_completed':
```

```
            task[df_task.task_id.loc[i]]['completado'] = True
```

```
    elif (df_task.title[i] == 'event_took_hint1'):
```

```
        task[df_task.task_id.loc[i]]['pistas'] = 1
```

```
    elif (df_task.title[i] == 'event_took_hint2'):
```

```
        task[df_task.task_id.loc[i]]['pistas'] = 2
```

```
    elif (df_task.title[i] == 'event_took_hint3'):
```

```
        task[df_task.task_id.loc[i]]['pistas'] = 3
```

```

elif (df_task.title[i] == 'event_entered_wrong_answer'):
    task[df_task.task_id.loc[i]]['fallos'] += 1
if i == df_task.index[-1]:
    if (task[df_task.task_id.loc[i]]['time_end']==0 and task[df_task.task_id.loc[i]]['contador']==0):
        task[df_task.task_id.loc[i]]['time_pause'+ str(task[id]['contador'])] = df_task.created_at.loc[i]
        task[df_task.task_id.loc[i]]['contador'] += 1

```

#Set tiempos

for d in task:

```

if task[d]['time_end'] !=0:
    if task[d]['contador']==0:
        task[d]['tiempo_total']=task[d]['time_end']-task[d]['time_start']
    elif task[d]['contador']!=0:
        s = task[d]['time_start']
        p = task[d]['time_pause0']
        for c in range(task[d]['contador']):
            (task[d]['time_restarts' + str(c)])
            s = s + task[d]['time_restarts' + str(c)]
        for c in range(1,task[d]['contador']):
            p = p + task[d]['time_pause' + str(c)]
            p = p + task[d]['time_end']
        task[d]['tiempo_total'] = p - s

```

```

if task[d]['time_end'] ==0:
    if task[d]['contador']==0:
        task[d]['tiempo_total']=task[d]['time_end']-task[d]['time_start']
    elif task[d]['contador']!=0:
        s = task[d]['time_start']
        p = task[d]['time_pause0']
        for c in range(task[d]['contador']-1):
            (task[d]['time_restarts' + str(c)])
            s = s + task[d]['time_restarts' + str(c)]
        for c in range(1,task[d]['contador']):
            p = p + task[d]['time_pause' + str(c)]
            p = p + task[d]['time_end']
        task[d]['tiempo_total'] = p - s

```

```

dataframe[task[d]['id']]['nombre'].loc[userid] = nombres.team_name.loc[userid]
dataframe[task[d]['id']]['titulo'].loc[userid] = task[d]['titulo']
dataframe[task[d]['id']]['tiempo'].loc[userid] = task[d]['tiempo_total']
dataframe[task[d]['id']]['completado'].loc[userid] = task[d]['completado']
dataframe[task[d]['id']]['no_intentado']=(dataframe[task[d]['id']][dataframe[task[d]['id']]['tiempo'] < 300]['completado'] == False)
dataframe[task[d]['id']]['no_superado']=(dataframe[task[d]['id']][dataframe[task[d]['id']]['tiempo'] >= 300]['completado'] == False)
dataframe[task[d]['id']]['pistas'].loc[userid] = task[d]['pistas']
dataframe[task[d]['id']]['fallos'].loc[userid] = task[d]['fallos']

```

#Set names in dataframe

for ta in dataframe:

```

for inde in dataframe[ta].index:
    dataframe[ta].nombre.loc[inde] = nombres.team_name.loc[inde]

```

#Quitar Nans

def isNaN(num):

```

    return num!= num

```

for d in dataframe:

```

for userid in set(df.session_user_id):
    if isNaN(dataframe[d]['tiempo'].loc[userid]) :
        dataframe[d]['no_intentado'].loc[userid] = True
    if isNaN(dataframe[d]['no_intentado'].loc[userid]):
        dataframe[d]['no_intentado'].loc[userid] = False
    if isNaN(dataframe[d]['no_superado'].loc[userid]):
        dataframe[d]['no_superado'].loc[userid] = False
    if isNaN(dataframe[d]['completado'].loc[userid]):
        dataframe[d]['completado'].loc[userid] = False

```

Guardar en tabla

tabla =

```

pd.DataFrame(columns=['Tarea','Tiempo_medio','Completado','Tiempo_medio_Completado','No_superado','No_intentado','Pistas_Utilizadas','Fallos'],
index =list(dataframe.keys()))

```

for df in dataframe:

```

tabla['Tarea'].loc[df] = dataframe[df][(isNaN(dataframe[df]['tiempo'])==False)*(dataframe[df]['tiempo']!=0)].titulo.iloc[0]
tabla['Tiempo_medio'].loc[df] = dataframe[df][dataframe[df]['no_intentado']==False].tiempo.mean()
tabla['Tiempo_medio_Completado'].loc[df] = dataframe[df][dataframe[df]['completado']==True].tiempo.mean()
tabla['Completado'].loc[df] = dataframe[df].completado.mean()
tabla['No_superado'].loc[df] = dataframe[df].no_superado.mean()
tabla['No_intentado'].loc[df] = dataframe[df].no_intentado.mean()
tabla['Pistas_Utilizadas'].loc[df] = dataframe[df][dataframe[df]['no_intentado']==False].pistas.mean()
tabla['Fallos'].loc[df] = dataframe[df][dataframe[df]['no_intentado']==False].fallos.mean()

```

```

tabla.to_csv('Resultados_coma.csv', sep=";", decimal=".",)

```


ANEXO III – Contenido del CD

Este Trabajo Fin de Máster ha sido entregado en dos formatos. Por un lado se encuentra la versión impresa de esta Memoria y, por otro lado, se entrega un CD con el siguiente contenido

INDICE DE CONTENIDOS:

DOCUMENTOS:

- 1.- Memoria_Alberto_Rina.pdf
- 2.- RutaMatematica_NocheEuropeadelosInvestigadoresNoviembre2020.pdf
- 3.-Codigo_Programacion.pdf

ARCHIVOS CSV:

- 4.- Eventos_AulaDigital_MCM.csv
- 5.- Usuarios_AulaDigital_MCM.csv